MINISTERIET FOR BØRN OG UNDERVISNING
KVALITETS- OG TILSYNSSTYRELSEN

Matematik A

Studentereksamen

Fredag den 7. december 2012
kl. 9.00 - 14.00

stx123-MAT/A-07122012

Opgavesættet er delt i to dele.

Delprøven uden hjælpemidler består af opgave 1-6 med i alt 6 spørgsmål.
Delprøven med hjælpemidler består af opgave 7-15 med i alt 19 spørgsmål.

De 25 spørgsmål indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Bedømmelsen af det skriftlige eksamenssæt

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen. Dette vurderes blandt andet ud fra kravene beskrevet i de følgende fem kategorier:

1. **TEKST**
   Besvarelsen skal indeholde en forbindende tekst fra start til slut, der giver en klar præsentation af, hvad den enkelte opgave og de enkelte delspørgsmål går ud på.

2. **NOTATION OG LAYOUT**
   Der kræves en hensigtsmæssig opstilling af besvarelsen i overensstemmelse med god matematisk skik, herunder en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres til standardviden.

3. **REDEGØRELSE OG DOKUMENTATION**
   Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder.

4. **FIGURER**
   I besvarelsen skal der indgå en hensigtsmæssig brug af figurer og illustrationer, og der skal være en tydelig sammenhæng mellem tekst og figurer.

5. **KONKLUSION**
   Besvarelsen skal indeholde en afrunding af de forskellige spørgsmål med præcise konklusioner, præsenteret i et klart sprog og/eller med brug af almindelig matematisk notation.

Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 09.00 – 10.00

Opgave 1 I et koordinatsystem i planen er to vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$ givet ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ t \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

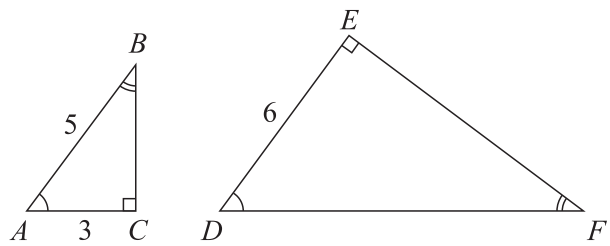
Bestem t, så $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er parallelle.

Opgave 2 En parabel er graf for funktionen

$$p(x) = x^2 - 10x + 24 .$$

Bestem førstekoordinaten til hvert af parablens skæringspunkter med førsteaksen.

Opgave 3



Figuren viser to trekanter ABC og DFE, der er retvinklede og ensvinklede.
Nogle af sidelængderne er opgivet på figuren.

Bestem $|BC|$ og $|DF|$.

Opgave 4 En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = 3x^2 + 6x.$$

Bestem en forskrift for den stamfunktion til f, hvis graf går gennem punktet $P(1, 2)$.

Opgave 5 En funktion f er løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx}=\frac{y-1}{x}, \quad x>0,$$

og grafen for f går gennem punktet $P(2,7)$.

Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet P.

Opgave 6 En funktion f er givet ved

$$f(x)=\ln x-x+3, \quad x>0.$$

Bestem monotoniforholdene for f.

Besvarelsen afleveres kl. 10.00

Delprøven med hjælpemidler

Kl. 09.00 – 14.00

Opgave 7 I et koordinatsystem i planen er givet to punkter $C(-1, 4)$ og $P(2, 8)$.

a) Opskriv en ligning for den cirkel, der går gennem *P* og har centrum i *C*.

En linje i planen er givet ved parameterfremstillingen

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 15 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix},\ t \in R .$$

b) Bestem koordinatsættet til hvert af linjens skæringspunkter med cirklen.

Opgave 8 En gruppe på 40 personer har været ved lægen og fået målt det systoliske blodtryk. Gruppen består af 20 kvinder og 20 mænd. Kvartilsættet for kvindernes systoliske blodtryk er (117, 120, 122), og det laveste og højeste systoliske bloktryk for kvinderne er henholdsvis 115 og 128.

De målte systoliske blodtryk for mændene i gruppen er:

119, 129, 120, 121, 122, 129, 122, 127, 123, 119,
120, 123, 127, 128, 129, 120, 121, 123, 127, 129

a) Tegn i samme koordinatsystem to boksplot, der viser fordelingen af det systoliske blodtryk for henholdsvis de 20 kvinder og de 20 mænd.

b) Sammenlign fordelingen af det systoliske blodtryk i de to grupper, idet blandt andet medianens betydning for hver af de to grupper inddrages i sammenligningen.

Opgave 9 Tabellen viser sammenhørende værdier af vægt (målt i kg) og hvilestofskiftet (målt i kcal/døgn) for forskellige pattedyr.

Vægt (kg)	0,3	2,4	6,4	13	29,3	51,8	59,6
Hvilestofskifte (kcal/døgn)	28	135	293	520	956	1394	1591

I en model er hvilestofskiftet $f(x)$ (målt i kcal/døgn) som funktion af vægten x (målt i kg) af typen

$$f(x) = b \cdot x^a \,.$$

a) Bestem a og b.

b) Benyt modellen til at bestemme hvilestofskiftet for et pattedyr, der vejer 20 kg.

c) Bestem den procentvise ændring i hvilestofskiftet ved en vægtforøgelse på 15%.

Opgave 10 I trekant ABC er $\angle A = 48°$, $|AC| = 13$ og $|BC| = 10$. Det oplyses, at $\angle B$ er stump.

a) Tegn en model af trekanten, og bestem $|AB|$.

En linje fra B skærer siden AC i punktet D, således at arealet af trekant BCD er 9.

b) Bestem $|DC|$.

Opgave 11 En model for den årlige globale CO_2-udledning er givet ved

$$P(t) = 60{,}297 \cdot 10^9 \cdot 1{,}031^t \,,$$

hvor $P(t)$ betegner den årlige globale CO_2-udledning (målt i tons) til tidspunktet t (målt i år efter 1950).

a) Gør rede for, hvad konstanterne i modellen fortæller om udviklingen i den årlige globale CO_2-udledning efter 1950.

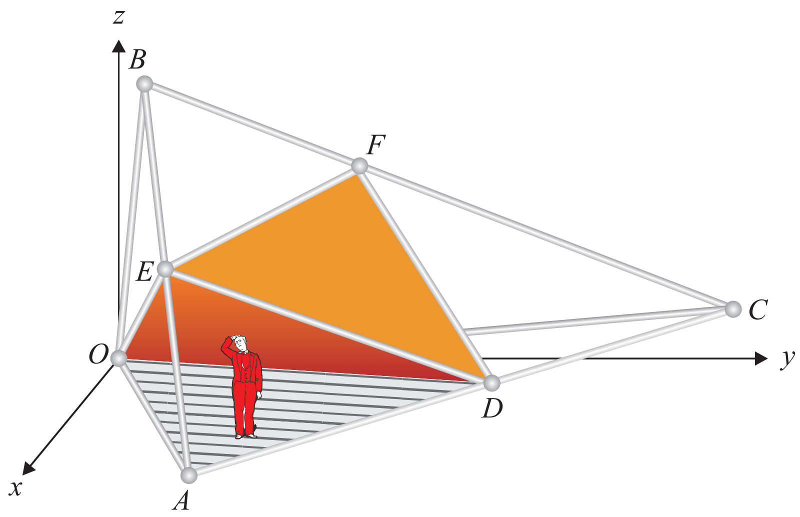
Samtidig er en model for befolkningsudviklingen i verden givet ved

$$N(t) = 6{,}72 \cdot 10^7 \cdot t + 2{,}594 \cdot 10^9 \,,$$

hvor $N(t)$ betegner befolkningstallet i verden til tidspunktet t (målt i antal år efter 1950).

b) Opstil en model, der beskriver den gennemsnitlige årlige CO_2-udledning pr. person (målt i tons) som funktion af tiden t (målt i år efter 1950), og benyt modellen til at give et skøn over den gennemsnitlige årlige CO_2-udledning pr. person i 2012.

Opgave 12 På figuren ses en model af en stålkonstruktion, som danner indgangen til et underjordisk udstillingsrum i en museumshave. Hele konstruktionen er indtegnet i et koordinatsystem, hvor enheden på akserne er 1 m.



$O(0,0,0)$
$A(7,3,0)$
$B(1,1,6)$
$C(-5,13,0)$
$D(1,8,0)$
$E(4,2,3)$
$F(-1,5,4)$

a) Bestem en ligning for den plan α, der indeholder sidefladen ODE.

b) Bestem afstanden fra punktet F til sidefladen ODE.

Stålkonstruktionen ABC er en del af planen β, der har ligningen

$$5x+6y+7z=53.$$

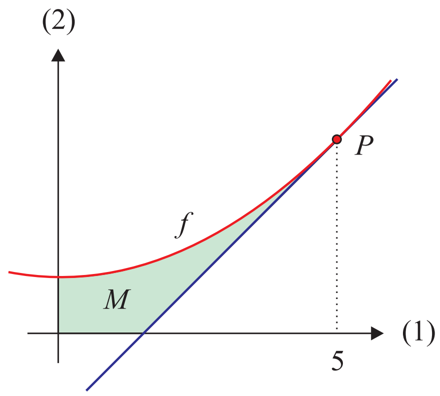
c) Bestem den stumpe vinkel mellem sidefladen ODE og β.

Opgave 13 En funktion f er givet ved

$$f(x)=1+0{,}1\cdot x^2.$$

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(5,f(5))$.

Grafen for f og tangenten til grafen for f i punktet P afgrænser sammen med koordinat-akserne en punktmængde M (se figur).



Formen for en bestemt lerskål fremkommer ved, at punktmængden M drejes $360°$ omkring førsteaksen.

b) Bestem førstekoordinaten til tangentens skæringspunkt med førsteaksen, og bestem skålens lerrumfang.

VEND!

Opgave 14 I en model for farten af en raket, der skydes lodret op, er rakettens fart som funktion af tiden en løsning til differentialligningen

$$\frac{dv}{dt} - \frac{1}{15-t} \cdot v = \frac{300}{15-t} - 9{,}81 \quad , \qquad 0 \le t \le 14$$

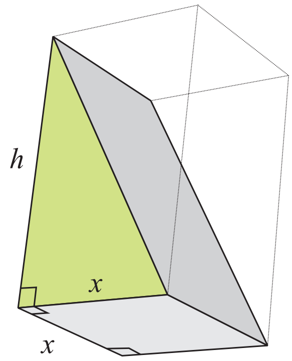
hvor $v(t)$ er rakettens fart (målt i m/s) til tidspunktet t målt i sekunder efter affyring.

Til tidspunktet $t = 0$ er rakettens fart 0 m/s.

a) Bestem en forskrift for v, og bestem det tidspunkt, hvor rakettens fart når op på 1000 m/s.

Foto: NASA

Opgave 15 En kile fremkommer ved at save en kasseformet træklods med kvadratisk bund midt over som vist på figuren. Sidelængden i bunden er x, og klodsens højde er h (begge målt i cm). Det oplyses, at kilens volumen er 100 cm^3.



a) Bestem h udtrykt ved x, og gør rede for, at kilens overflade udtrykt ved x kan skrives som

$$O(x) = x \cdot \sqrt{x^2 + \frac{40000}{x^4}} + x^2 + \frac{400}{x}.$$

b) Bestem x, så kilens overflade bliver mindst mulig, idet $0 < x < 10$.