MINISTERIET FOR
BØRN OG
UNDERVISNING
KVALITETS- OG
TILSYNSSTYRELSEN

Matematik A

Studentereksamen

Onsdag den 15. august 2012
kl. 9.00 - 14.00

stx122-MAT/A-15082012 NY

Opgavesættet er delt i to dele.

Delprøven uden hjælpemidler består af opgave 1-6 med i alt 6 spørgsmål.
Delprøven med hjælpemidler består af opgave 7-14 med i alt 19 spørgsmål.

De 25 spørgsmål indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Bedømmelsen af det skriftlige eksamenssæt

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen. Dette vurderes blandt andet ud fra kravene beskrevet i de følgende fem kategorier:

1. **TEKST**
   Besvarelsen skal indeholde en forbindende tekst fra start til slut, der giver en klar præsentation af, hvad den enkelte opgave og de enkelte delspørgsmål går ud på.

2. **NOTATION OG LAYOUT**
   Der kræves en hensigtsmæssig opstilling af besvarelsen i overensstemmelse med god matematisk skik, herunder en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres til standardviden.

3. **REDEGØRELSE OG DOKUMENTATION**
   Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder.

4. **FIGURER**
   I besvarelsen skal der indgå en hensigtsmæssig brug af figurer og illustrationer, og der skal være en tydelig sammenhæng mellem tekst og figurer.

5. **KONKLUSION**
   Besvarelsen skal indeholde en afrunding af de forskellige spørgsmål med præcise konklusioner, præsenteret i et klart sprog og/eller med brug af almindelig matematisk notation.

Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 09.00 – 10.00

Opgave 1 I 2004 var det samlede elforbrug til fjernsyn i Danmark 765 GWh. I perioden 2004 – 2010 voksede elforbruget til fjernsyn i Danmark med 82 GWh pr. år.

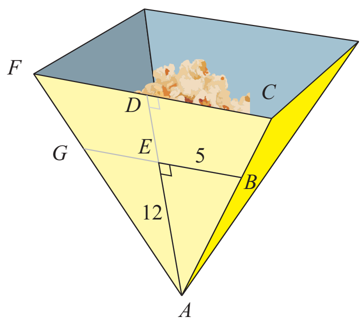
Indfør passende variable, og opstil en model, der beskriver udviklingen i elforbruget til fjernsyn i Danmark for perioden 2004 – 2010 .

Opgave 2 En funktion f er bestemt ved

$$f(x)=3x^2-4x+8\,.$$

Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(2,f(2))$.

Opgave 3 På figuren ses en model af en popkornbeholder, der er sammensat af 4 ens ligebenede trekanter. På figuren er den ene af disse fremhævet.



Beholderne findes i to størrelser. På figuren er trekant *ABG* sideflade i den lille beholder, mens trekant *ACF* er sideflade i den store beholder. Udover de mål, der er angivet på figuren, oplyses at $|AD|=18$. Alle mål er angivet i cm.

Bestem længden af kanten *AB* på den lille beholder, og bestem længden af den store beholders øverste kant *FC*.

Opgave 4 En cirkel er bestemt ved ligningen

$$x^2+2x+y^2-4y=4.$$

Bestem cirklens radius og koordinatsættet til cirklens centrum.

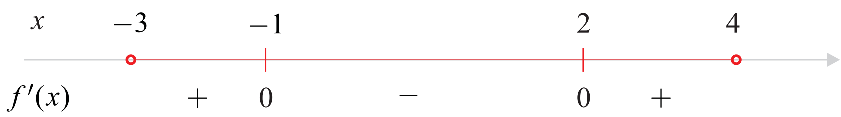
VEND!

Opgave 5 Bestem integralet

$$\int \frac{4x}{2x^2+3}dx\,.$$

Opgave 6 Tegn en mulig graf for en differentiabel funktion f, der opfylder følgende:

- f er defineret for alle x i intervallet $]-3;4[$
- $f(-1)=10$ og $f(2)=-9$
- fortegn og nulpunkter for f' er som angivet på tallinjen:



Besvarelsen afleveres kl. 10.00

Delprøven med hjælpemidler

Kl. 09.00 – 14.00

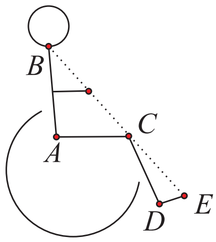
Opgave 7 Nedenstående tabel viser fordelingen af fravær i procent for en skoles 570 elever.

Fravær i %	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25
Antal elever	101	262	122	63	22

a) Tegn sumkurven for fordelingen af elevernes fravær.

b) Bestem kvartilsættet, og bestem hvor stor en procentdel af skolens elever, der har over 12% fravær.

Opgave 8



På figuren ses en model af et handicappiktogram. I trekant ABC er $|AB| = 12,5$, $|AC| = 10$ og $|BC| = 17$. Alle mål er i cm.

a) Bestem $\angle A$ i trekant ABC.

Det oplyses yderligere, at $\angle ECD = 18,5°$, $|DE| = 3,5$ og $\angle DEC = 64°$.

b) Bestem $|CD|$.

Opgave 9 I tabellen ses sammenhørende værdier af tiden og den årlige globale mobile datatrafik for årene 2008-2011.

Årstal	2008	2009	2010	2011
Årlig global mobil datatrafik (exabyte)	0,48	1,08	2,84	7,16

I en model kan den årlige globale mobile datatrafik beskrives ved en funktion af typen

$$m(t) = b \cdot a^t ,$$

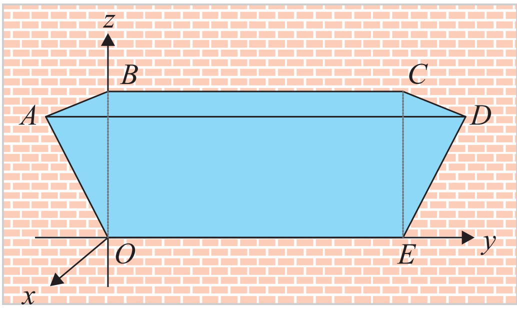
hvor $m(t)$ betegner den årlige globale mobile datatrafik (målt i exabyte) til tidspunktet t (målt i år efter 2008).

a) Benyt tabellens data til at bestemme a og b.

b) Benyt modellen til at bestemme den årlige globale mobile datatrafik i 2014 samt den årlige vækstrate for den årlige globale mobile datatrafik.

c) Benyt modellen til at bestemme fordoblingstiden, og gør rede for hvad dette tal fortæller om den årlige globale mobile datatrafik.

Opgave 10 På figuren nedenfor ses en model af et glasudhæng indlagt i et koordinatsystem, hvor enheden er 1 cm.



$O(0,0,0)$
$A(80,-50,125)$
$B(0,0,150)$
$C(0,300,150)$
$D(80,350,125)$
$E(0,300,0)$

Glasudhænget er symmetrisk og består af to ens trekantede endeflader OAB og ECD, frontfladen $OADE$ samt tagfladen $ABCD$. Det oplyses, at den plan, der indeholder frontfladen, er bestemt ved ligningen

$$-25x + 16z = 0.$$

a) Bestem den spidse vinkel mellem endefladen OAB og frontfladen.

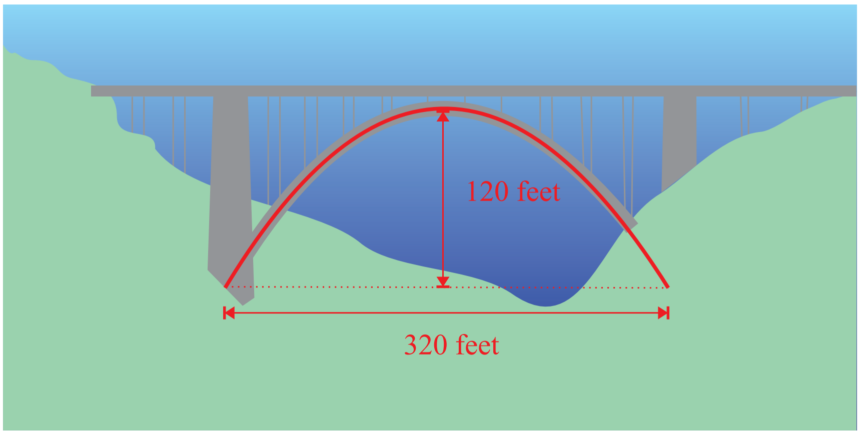
b) Bestem arealet af frontfladen.

I punktet B er der ophængt et spot, som anvendes til at fremhæve reklameskilte på frontfladen. Den centrale del af spottens lysstråle kan i modellen beskrives som en del af linjen med parameterfremstillingen

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 150 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 16 \\ 60 \\ -25 \end{pmatrix} , \qquad t \in \mathrm{R}.$$

c) Bestem koordinatsættet til det punkt, hvori den centrale del af lysstrålen rammer frontfladen.

Opgave 11



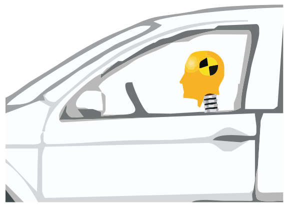
The Bixby Creek Bridge, Big Sur CA

På figuren ses en skitse af en bro i USA. Broens bue er parabelformet med en spændvidde på 320 feet og en buehøjde på 120 feet, som vist på modellen ovenfor.

a) Indlæg figuren i et passende koordinatsystem, og bestem en ligning for den parabel, der følger broens bue.

Opgave 12

I forbindelse med en crash-test kan førerdukkens deceleration beskrives ved funktionen



$$a(t)=\frac{16400}{(t-68)^2+400}+\frac{1480}{(t-93)^2+18}\,,\qquad 0\le t\le 140\,,$$

hvor $a(t)$ betegner førerdukkens deceleration (målt i m/s^2) til tidspunktet t (målt i ms).

a) Tegn grafen for a, og bestem førerdukkens største deceleration.

Som et mål for, hvor voldsomt førerens hoved påvirkes af crash´et, anvendes værdien *Severity Index* (*SI*), som er bestemt ved

$$SI=\int_0^T (a(t))^{2,5}\,dt\,.$$

hvor T er tiden (målt i ms).

b) Bestem SI, når $T=140$ ms.

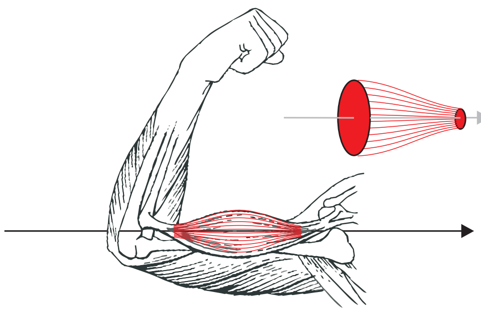
Kilde: Crash Tests and the Head Injury Criterion, HANS-WOLFGANG HENN, TEACHING MATHEMATICS AND ITS APPLICATIONS Volume 17*, No.* 4*,* 1998.

VEND!

Opgave 13 En funktion f er givet ved

$$f(x) = 2 \cdot \sin(0{,}05 \cdot \pi \cdot x - 0{,}5 \cdot \pi) + 2 \,.$$

a) Tegn grafen for f i intervallet $[0;40]$.



I en model kan bicepsmusklen hos en bestemt person beskrives ved det omdrejningslegeme, der fremkommer, når grafen for f drejes $360°$ omkring førsteaksen i intervallet $[0;40]$.

b) Bestem bicepsmusklens volumen.

Styrken i bicepsmusklen er proportional med musklens maksimale tværsnitsareal.

c) Bestem bicepsmusklens maksimale tværsnitsareal.

Opgave 14 I en model er en persons vægt som funktion af tiden en løsning til differentialligningen

$$\frac{dm}{dt} = \frac{k}{7000} - \frac{42}{7000} \cdot m \,,$$

hvor $m(t)$ er personens vægt (målt i kg) til tidspunktet t (målt i døgn), og k er personens kostindtag (målt i kcal/døgn).

En bestemt person vejer 85 kg og indtager 3300 kcal/døgn.

a) Hvad er væksthastigheden for denne persons vægt?

Om en anden person oplyses, at personen vejer 87 kg til tidspunktet $t = 0$.

b) Bestem personens vægt udtrykt ved t og k.

c) Bestem k, så personen vejer 80 kg efter 100 døgn.