



**UNDERVISNINGS
MINISTERIET**
KVALITETS- OG
TILSYNSSTYRELSEN

Matematik A

Studentereksamen

Torsdag den 11. august 2011
kl. 9.00 - 14.00

Opgavesættet er delt i to dele.

Delprøven uden hjælpemidler består af opgave 1-6 med i alt 6 spørgsmål.
Delprøven med hjælpemidler består af opgave 7-14 med i alt 19 spørgsmål.

De 25 spørgsmål indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Bedømmelsen af det skriftlige eksamenssæt

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen. Dette vurderes blandt andet ud fra kravene beskrevet i de følgende fem kategorier:

1. TEKST

Besvarelsen skal indeholde en forbindende tekst fra start til slut, der giver en klar præsentation af, hvad den enkelte opgave og de enkelte delspørgsmål går ud på.

2. NOTATION OG LAYOUT

Der kræves en hensigtsmæssig opstilling af besvarelsen i overensstemmelse med god matematisk skik, herunder en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres til standardviden.

3. REDEGØRELSE OG DOKUMENTATION

Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder.

4. FIGURER

I besvarelsen skal der indgå en hensigtsmæssig brug af figurer og illustrationer, og der skal være en tydelig sammenhæng mellem tekst og figurer.

5. KONKLUSION

Besvarelsen skal indeholde en afrunding af de forskellige spørgsmål med præcise konklusioner, præsenteret i et klart sprog og/eller med brug af almindelig matematisk notation.

Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 09.00 – 10.00

Opgave 1 To vektorer i planen er givet ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

Bestem arealet af det parallelogram, som $\vec{a}$ og $\vec{b}$ udspænder.**Opgave 2** En funktion f er givet ved

$$f(x) = 2x^3 - x^2 + 3x.$$

Bestem $f'(x)$.**Opgave 3** I en model antages det, at udviklingen i den gennemsnitlige årlige mælkeydelse pr. ko i Danmark i perioden 1975-2008 kan beskrives ved en funktion af typen

$$m(t) = 124t + 4783,$$

hvor $m(t)$ betegner den gennemsnitlige årlige mælkeydelse pr. ko (målt i kg) i Danmark t år efter 1975.

Gør rede for, hvad konstanterne i modellen fortæller om udviklingen i den gennemsnitlige årlige mælkeydelse pr. ko i Danmark i perioden 1975-2008.

Opgave 4 Om en funktion f oplyses, at punktet $P(1,3)$ ligger på grafen for f , samt at funktionen er løsning til differentialligningen

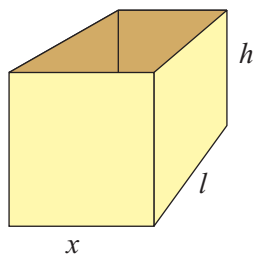
$$\frac{dy}{dx} = 2x + xy.$$

Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet P .

Opgave 5 Bestem integralet

$$\int \frac{2x}{x^2 + 3} dx.$$

Opgave 6 En bestemt affaldscontainer har form som en åben kasse. Sammenhængen mellem kassens højde h og kassens bredde x er $3x + h = 3$, mens sammenhængen mellem kassens længde l og kassens bredde er $l = 2x$.



Bestem kassens rumfang udtrykt ved x .

Besvarelsen afleveres kl. 10.00

Delprøven med hjælpemidler

Kl. 09.00 - 14.00

Opgave 7 I tabellen ses sammenhørende værdier af længde og vægt for en laks.

Laksens længde (cm)	50	60	70	80	90	100	105
Laksens vægt (kg)	1,29	2,19	3,47	5,11	7,45	10,36	12,05

I en model antages det, at laksens vægt kan beskrives ved en funktion af typen

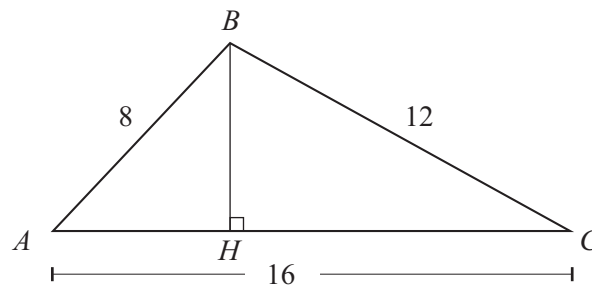
$$V = b \cdot L^a,$$

hvor V er laksens vægt (målt i kg), og L er laksens længde (målt i cm).

- Benyt tabellens data til at bestemme tallene a og b .
- Benyt modellen til at bestemme vægten af en laks, der er 87 cm lang. Bestem længden af en laks, der vejer 2,56 kg.
- Benyt modellen til at bestemme hvor mange procent laksens vægt øges med, når laksens længde øges med 25%?

Kilde: www.skj-lf.dk/artikler/lakslaenvaegt.htm

Opgave 8 I en trekant ABC er $|AB| = 8$, $|BC| = 12$ og $|AC| = 16$.



- Bestem vinkel A .

Fodpunktet for højden fra B kaldes H (se figur).

- Bestem arealet af trekant ABH .

Et andet punkt G placeres på linjestykket AC .

- Bestem $|AG|$, så arealet af trekant ABG er lig 20.

- Opgave 9** Et fødevarelaboratorium har undersøgt 20 pølser for kalorieindhold. I undersøgelsen målt kalorieindholdet i henholdsvis 10 oksekødpølser og 10 kyllingepølser. Undersøgelsens resultat fremgår af nedenstående tabeller.

Oksekødpølser (kcal pr. 100 g)	111	131	132	149	149	153	157	158	184	190
-----------------------------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Kyllingepølser (kcal pr. 100 g)	86	94	102	132	135	142	143	144	146	152
------------------------------------	----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

- a) Tegn et boksplot for hvert af de to datasæt, og benyt disse boksplot til at sammenligne kalorieindholdet i de to pølsetyper.

- Opgave 10** Spredning af computerorme kan ofte beskrives ved en eksponentiel sammenhæng

$$N(t) = b \cdot a^t,$$

hvor $N(t)$ er antallet af computere, der er inficeret t sekunder efter første detektion.

Computerormen ”Witty” havde 10 sekunder efter første detektion inficeret 110 computere, og 30 sekunder efter første detektion havde den inficeret 160 computere.

- a) Bestem en forskrift for $N(t)$.
- b) Bestem antallet af computere, der var inficeret til tidspunktet $t = 5$, og bestem fordoblingstiden.

Kilde: www.caida.org/research/security/witty/

- Opgave 11** To funktioner g og h er givet ved

$$g(x) = 4(1 - e^{-x}) \quad \text{og} \quad h(x) = e^x - 1.$$

- a) Tegn graferne for g og h i samme koordinatsystem, og bestem førstekoordinaten til hvert af skæringspunkterne mellem de to grafer.

Graferne for g og h afgrænser en punktmængde M , der har et areal.

- b) Bestem arealet af M .
- c) Bestem $g'(x)$, og gør rede for, at g er voksende.

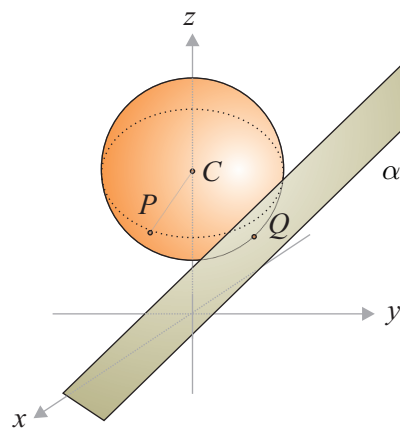
Opgave 12 En kugle i et koordinatsystem i rummet har centrum i $C(0,0,5)$, og punktet $P(2,-1,3)$ ligger på kuglen.

- a) Bestem en ligning for kuglen, og bestem en ligning for kuglens tangentplan i P .

En anden tangentplan til kuglen er givet ved ligningen

$$\alpha: 3x + 6y - 6z + 3 = 0.$$

- b) Bestem koordinatsættet til røringpunktet Q mellem kuglen og α .



Opgave 13 I en model for udviklingen af en bestemt type kræftsvulst er antallet af kræftceller en funktion af tiden, der opfylder differentialligningen

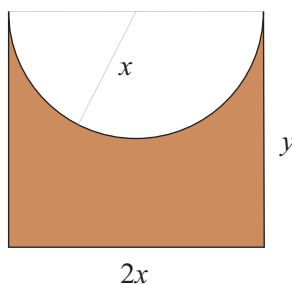
$$\frac{dN}{dt} = 0,82 \cdot 0,88^t \cdot N,$$

hvor N er antallet af kræftceller (målt i mio.) til tidspunktet t (målt i døgn). Det oplyses, at $N(10) = 266$.

- a) Bestem væksthastigheden til tidspunktet $t = 10$.
b) Bestem en forskrift for $N(t)$.

Kilde: *IMA Journal of Mathematics Applied in Medicine & Biology* (1987) 4, 379.

Opgave 14 På figuren ses symønsteret for en taskes ene side. Symønsteret har form som et rektangel, hvori der er udskåret en halvcirkel. Rektanglets sidelængder er $2x$ og y .



- a) Opstil et udtryk, der beskriver symønsterets omkreds udtrykt ved x og y .
b) Bestem symønsterets areal som funktion af x , når omkredsen er 100 cm.
c) Bestem x , således at symønsterets areal bliver størst muligt, når omkredsen er 100 cm.

