UNDERVISNINGS MINISTERIET

Matematik A

Studentereksamen

2stx111-MAT/A-24052011

Tirsdag den 24. maj 2011
kl. 9.00 - 14.00

Opgavesættet er delt i to dele.

Delprøven uden hjælpemidler består af opgave 1-6 med i alt 6 spørgsmål.
Delprøven med hjælpemidler består af opgave 7-14 med i alt 19 spørgsmål.

De 25 spørgsmål indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Bedømmelsen af det skriftlige eksamenssæt

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen. Dette vurderes blandt andet ud fra kravene beskrevet i de følgende fem kategorier:

1. **TEKST**
   Besvarelsen skal indeholde en forbindende tekst fra start til slut, der giver en klar præsentation af, hvad den enkelte opgave og de enkelte delspørgsmål går ud på.

2. **NOTATION OG LAYOUT**
   Der kræves en hensigtsmæssig opstilling af besvarelsen i overensstemmelse med god matematisk skik, herunder en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres til standardviden.

3. **REDEGØRELSE OG DOKUMENTATION**
   Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder.

4. **FIGURER**
   I besvarelsen skal der indgå en hensigtsmæssig brug af figurer og illustrationer, og der skal være en tydelig sammenhæng mellem tekst og figurer.

5. **KONKLUSION**
   Besvarelsen skal indeholde en afrunding af de forskellige spørgsmål med præcise konklusioner, præsenteret i et klart sprog og/eller med brug af almindelig matematisk notation.

Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 09.00 – 10.00

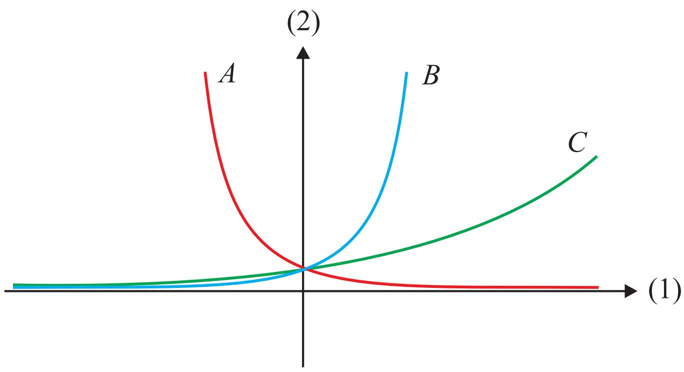
Opgave 1 Bestem koordinatsættet til toppunktet for parablen givet ved ligningen $y = 2x^2 - 8x + 3$.

Opgave 2 Ved levering af grus fra et bestemt byggemarked betaler kunderne 499 kr. pr. m^3 grus samt et fast beløb på 250 kr. for selve transporten.

Indfør passende variable, og opstil et udtryk, der beskriver prisen på levering af grus som funktion af det antal m^3 grus, der skal leveres.

Opgave 3 Bestem integralet $\int_1^2 \left(6x^2 - 2x\right) dx$.

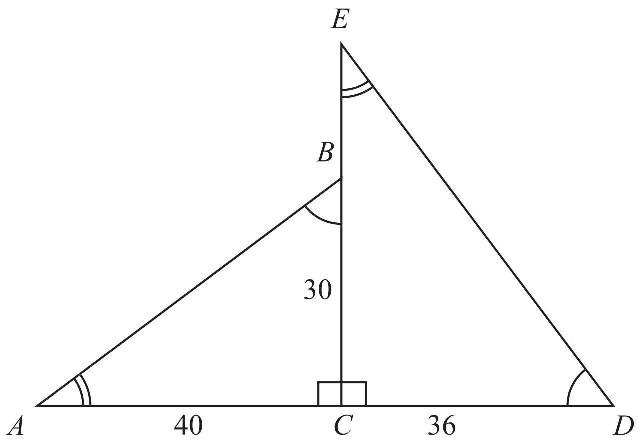
Opgave 4



Figuren viser graferne for funktionerne $f(x) = 2^x$, $g(x) = 0{,}5^x$ og $h(x) = 1{,}2^x$.

Gør rede for hvilken graf, der hører til hvilken funktion.

Opgave 5



Figuren ovenfor er sammensat af to ensvinklede trekanter *ABC* og *CDE*. Det oplyses, at $|AC| = 40$, $|BC| = 30$ og $|CD| = 36$.

Bestem $|BE|$.

Opgave 6

En cirkel har centrum i $C(1,0)$ og radius $\sqrt{8}$. En linje er bestemt ved ligningen

$$y = x - 1.$$

Bestem koordinatsættet til hvert af skæringspunkterne mellem cirklen og linjen.

Besvarelsen afleveres kl. 10.00

Delprøven med hjælpemidler

Kl. 09.00 – 14.00

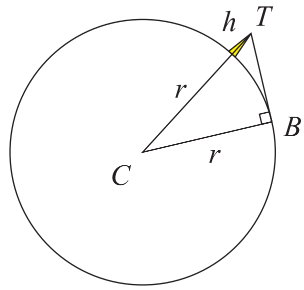
Opgave 7 I et koordinatsystem er to vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$ bestemt ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ -10 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

a) Bestem koordinatsættet til projektionen af $\vec{a}$ på $\vec{b}$.

b) Bestem arealet af parallelogrammet udspændt af $\vec{a}$ og $\vec{b}$.

Opgave 8 Højden *h* af verdens højeste bygning er 0,828 km. Sigtelinjen fra toppen *T* af bygningen til horisonten tangerer jorden i punktet *B*. Jordens radius *r* er 6371 km. Centrum af Jorden benævnes med *C*.



Størrelsesforholdene på figuren er ikke korrekte.

a) Bestem $\angle TCB$.

b) Bestem $|TB|$.

Opgave 9 Tabellen nedenfor viser udviklingen i antal landbrugsbedrifter med malkekøer i perioden 1975-2008 i Danmark.

År efter 1975	0	5	15	25	32	33
Antal bedrifter	63200	42400	21500	9800	4900	4500

Det antages, at udviklingen i antal landbrugsbedrifter med malkekøer kan beskrives ved en funktion af typen

$$N(t) = b \cdot a^t,$$

hvor $N(t)$ betegner antal landbrugsbedrifter med malkekøer *t* år efter 1975.

a) Benyt tabellen til at bestemme en forskrift for $N(t)$.

Udviklingen i det samlede antal malkekøer i Danmark kan i samme periode beskrives ved funktionen

$$M(t) = 1106 \cdot 0{,}98^t,$$

hvor $M(t)$ betegner antal malkekøer (i tusinde) *t* år efter 1975.

b) Bestem halveringstiden for $M(t)$.

c) Bestem forskriften for den funktion $G(t)$, der beskriver udviklingen i det gennemsnitlige antal malkekøer pr. landbrugsbedrift i perioden 1975-2008. Benyt $G(t)$ til at bestemme den årlige procentvise stigning i det gennemsnitlige antal malkekøer pr. landbrugsbedrift i perioden 1975-2008.

Opgave 10 I en model for produktionen af palmeolie i Malaysia kan sammenhængen mellem alderen af palmerne og udbyttet af palmeolien pr. hektar beskrives ved

$$f(x) = 35{,}9 \cdot \left(1 - 0{,}493\,\mathrm{e}^{-0{,}499x}\right)^{2{,}604}, \quad 0 \le x \le 25,$$

hvor x er palmernes alder målt i år, og $f(x)$ er udbyttet pr. hektar målt i ton.

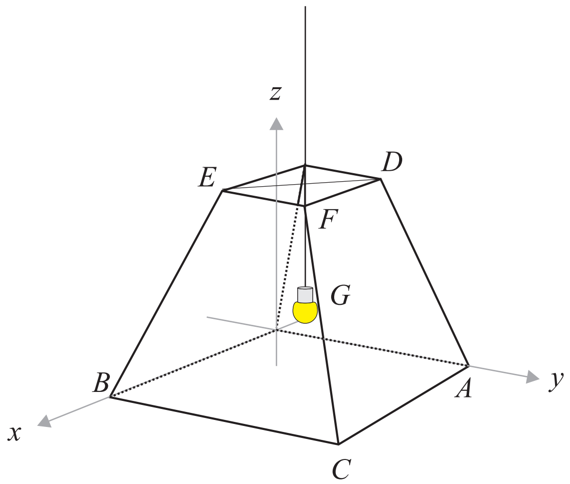
a) Tegn en graf for f, og bestem udbyttet fra en hektar, hvor palmerne er 10 år gamle.

b) Bestem væksthastigheden i udbyttet fra en hektar, hvor palmerne er 5 år gamle.

Foto: www.colourbox.com

Kilde: Nonlinear Growth Models for Modeling Oil Palm Yield Growth af Khamis et al, Journal of Mathematics and Statistics 1 (3):225-233,2005.

Opgave 11 En bestemt type lampeskærm har form som en pyramidestub. På figuren ses en model af lampeskærmen indtegnet i et koordinatsystem med enheden 1 cm. Koordinatsættene for nogle af modellens otte hjørnepunkter er angivet på figuren.



$A(0,32,0)$
$B(32,0,0)$
$C(32,32,0)$
$D(9,23,23)$
$E(23,9,23)$
$F(23,23,23)$

Den plan β, der indeholder $BCFE$, er givet ved

$$23x + 9z - 736 = 0.$$

I punktet $G(16,16,14)$ sidder en pære.

a) Bestem afstanden fra punktet G til planen β.

b) Bestem en ligning for den plan α, der indeholder sidefladen $CADF$.

c) Bestem vinklen mellem α og β.

Opgave 12 En funktion f er bestemt ved

$$f(x)=\frac{1}{x}\cdot\ln(x),\quad x>0.$$

a) Bestem monotoniforholdene for f .

Grafen for f , koordinatsystemets førsteakse og linjen med ligningen $x=10$ afgrænser en punktmængde *M*, der har et areal.

b) Bestem arealet af *M*.

Opgave 13 SARS-epidemiens udvikling i Singapore i 2003 kan beskrives ved differentialligningen

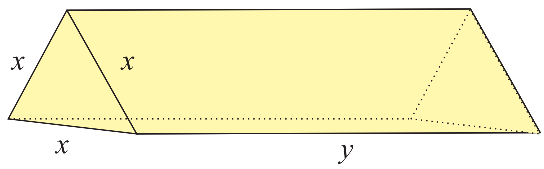
$$\frac{dN}{dt}=0{,}00526\cdot N\cdot(209-N),$$

hvor *N* er antal smittede til tidspunktet t (målt i døgn). Det oplyses, at der efter 30 døgn var 103 smittede.

a) Bestem væksthastigheden til det tidspunkt, hvor antal smittede var 100.

b) Bestem $N(t)$, og gør rede for, hvad tallet 209 i modellen fortæller om epidemiens udvikling.

Opgave 14



En lukket beholder har form som vist på figuren. Beholderens endeflader har form som ligesidede trekanter med siden *x*, hvor $1\leq x\leq 5$. Beholderens længde er *y*.

a) Bestem beholderens rumfang, når $x=2$ og $y=5$.

Det oplyses, at en bestemt type af sådanne beholdere har et rumfang på 1 m^3 .

b) Gør rede for, at overfladearealet *O* af denne beholder som funktion af *x* er givet ved

$$O=\frac{\sqrt{3}}{2}x^2+4\cdot\frac{\sqrt{3}}{x}.$$

c) Bestem *x*, så beholderens overfladeareal er mindst mulig.

Undervisningsministeriet

NORDISK MILJØMÆRKNING
TRYKSAG
541 176