



MINISTERIET FOR
BØRN OG
UNDERVISNING
KVALITETS- OG
TILSYNSSTYRELSEN

Matematik A

Studentereksamen

Digital eksamensopgave med adgang til internettet

Onsdag den 29. maj 2013
kl. 09.00-14.00

Opgavesættet er delt i to dele.

Delprøve 1: 2 timer med autoriseret formelsamling

Delprøve 2: 3 timer med alle hjælpemidler

Delprøve 1 består af 12 spørgsmål

Delprøve 2 består af 13 spørgsmål

Alle spørgsmål tillægges hver 10 point

Bedømmelsen af det skriftlige eksamenssæt

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen. Dette vurderes blandt andet ud fra kravene beskrevet i de følgende fem kategorier:

1. TEKST

Besvarelsen skal indeholde en forbindende tekst fra start til slut, der giver en klar præsentation af, hvad den enkelte opgave og de enkelte delspørgsmål går ud på.

2. NOTATION OG LAYOUT

Der kræves en hensigtsmæssig opstilling af besvarelsen i overensstemmelse med god matematisk skik, herunder en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres til standardviden.

3. REDEGØRELSE OG DOKUMENTATION

Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder.

4. FIGURER

I besvarelsen skal der indgå en hensigtsmæssig brug af figurer og illustrationer, og der skal være en tydelig sammenhæng mellem tekst og figurer.

5. KONKLUSION

Besvarelsen skal indeholde en afrunding af de forskellige spørgsmål med præcise konklusioner, præsenteret i et klart sprog og/eller med brug af almindelig matematisk notation.

Delprøve 1

Kl. 09.00 – 11.00

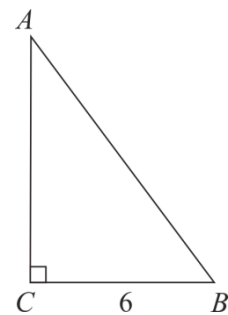
Opgave 1 En parabel er graf for andengradspolynomiet p , der har forskriften

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 5.$$

a) Bestem koordinatsættet til toppunktet for parablen.

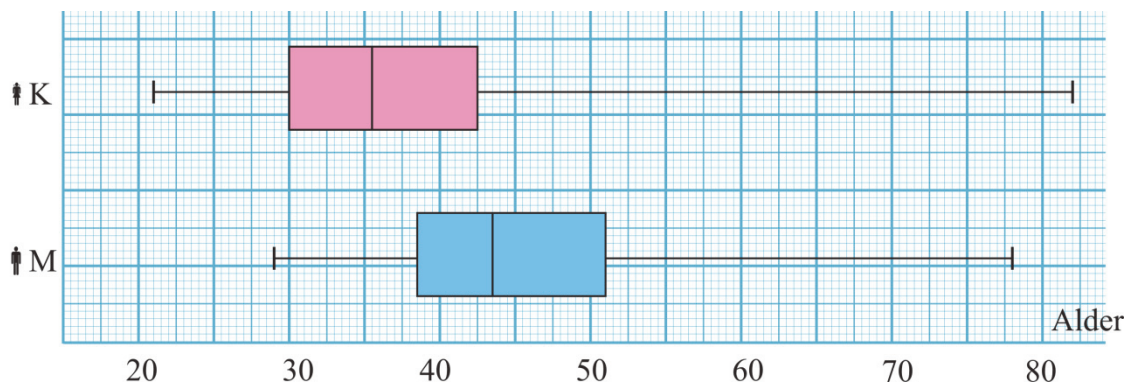
Opgave 2 I en retvinklet trekant ABC er $|BC| = 6$. Det oplyses, at arealet af trekant ABC er 24.

a) Bestem $|AC|$ og $|AB|$.



Opgave 3 På figuren ses to boksplot over aldersfordelingen blandt Oscar-vindere i kategorien ”Bedste skuespiller” fordelt på køn i perioden 1970-2012.

Til opgaven
hører et bilag



a) Bestem kvartilsættet for de to køns aldersfordelinger, og benyt disse til at sammenligne aldersfordelingen for Oscar-vindere i kategorien ”Bedste skuespiller” fordelt på køn. Benyt evt. vedlagte bilag.

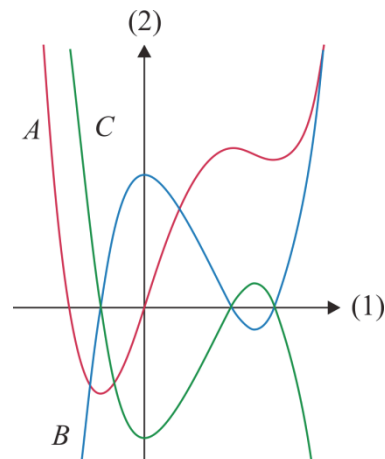
Opgave 4 To vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er givet ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

- Bestem arealet af det parallelogram, som de to vektorer udspænder.
- Bestem koordinatsættet til projektionen af $\vec{b}$ på $\vec{a}$.

Opgave 5 På figuren ses graferne for tre funktioner. Det oplyses, at en af graferne er graf for funktionen f , og en anden er graf for f' .

- Gør rede for, hvilken af graferne A , B og C der er graf for f , og hvilken der er graf for f' .



Opgave 6 En funktion f har forskriften

$$f(x) = -x^3 + 3x^2.$$

- Bestem monotoniforholdene for f .
- Gør rede for, at $x = 0$ og $x = 3$ er de eneste løsninger til ligningen $f(x) = 0$.

Grafen for f afgrænser sammen med førsteaksen i første kvadrant en punktmængde M , der har et areal.

- Skitsér punktmængden M , og bestem arealet af M .

Opgave 7 En funktion er givet ved

$$f(x) = 2x + 1 + e^x.$$

- Bestem den stamfunktion til f , hvis graf går gennem punktet $P(0, 3)$.

Opgave 8

Det oplyses, at funktionen f er en løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2y + 4x^2}{x}.$$

- a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(1,4)$.

Opgave 9

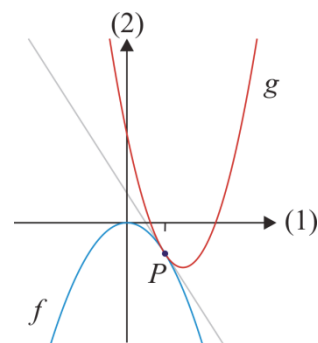
To andengradspolynomier f og g er givet ved

$$f(x) = -x^2$$

$$g(x) = 2x^2 + bx + c.$$

Graferne for de to funktioner har en fælles tangent i punktet $P(1, f(1))$.

- a) Bestem tallene b og c .



Besvarelsen afleveres kl. 11.00

Delprøve 2

Kl. 09.00 – 14.00

Opgave 10



Ud fra pollenforøgelsen i sedimentet på bunden af nogle søer kan man give et overslag over udbredelsen af fyrretræer på de britiske øer efter istiden. Man fandt følgende sammenhørende værdier af pollenforøgelsen og antal år efter de første fyrretræer kom til de britiske øer.

Antal år	20	100	150	200	250	300	350
Pollenforøgelsen (målt i pollen Korn pr. cm^2 pr. år)	1600	1950	3020	4510	6230	10100	14350

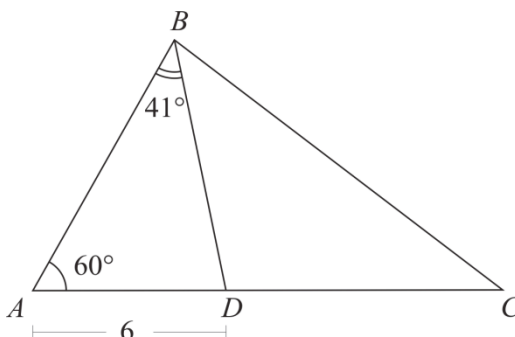
I en model beskrives sammenhængen som

$$h(t) = b \cdot a^t,$$

hvor $h(t)$ er pollenforøgelsen (målt i pollen Korn pr. cm^2 pr. år), og t er antal år efter de første fyrretræer kom til de britiske øer.

- Benyt tabellens data til at bestemme konstanterne a og b .
- Benyt modellen til at bestemme fordoblingstiden samt til at bestemme, hvornår pollenforøgelsen i sedimentet var 50000 Korn pr. cm^2 pr. år.

Opgave 11



På figuren ses trekant ABC , hvor vinkelhalveringslinjen for vinkel B er indtegnet, og nogle af målene er angivet.

- Bestem $|BD|$ og $|AC|$.

Opgave 12 I en model kan udbredelsen af traktorer i staten Punjab i Indien beskrives ved funktionen

$$N(t) = \frac{481722}{1 + 16,4579 \cdot e^{-0,163256t}},$$

hvor $N(t)$ betegner antallet af traktorer til tidspunktet t (målt i år efter 1970).

- Tegn grafen for N , og bestem, hvor mange traktorer der ifølge modellen vil være i Punjab i år 2013.
- Bestem $N'(20)$, og beskriv hvad tallet fortæller om udviklingen i antallet af traktorer i Punjab i 1990.

Kilde: Amritbir Singh & Ravi Kant Mishra, *A Mathematical Modeling Approach To Study Growth Rate Of Grassroots Technological Innovations*, Ijrras 3 (2), May 2010.

Opgave 13



Tabellen nedenfor viser oplagstallene for 2011 for fem danske dagblade.

Politiken	Jyllandsposten	Fyns Stiftstidende	Information	Berlingske
196.712	208.037	90.581	42.695	197.708

Blandt 200 af disse dagblades abonnenter har man i 2013 spurgt om, hvilket dagblad de abonnerer på. Deres svar fordeler sig således:

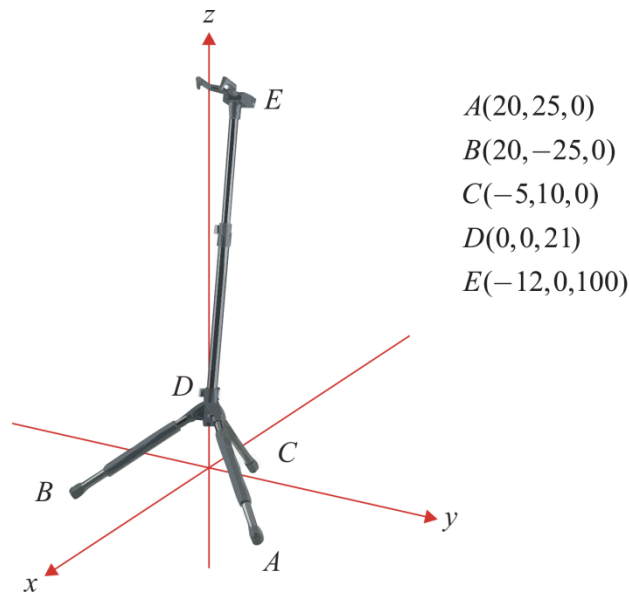
Politiken	Jyllandsposten	Fyns Stiftstidende	Information	Berlingske
45	63	24	20	48

Man ønsker at undersøge, om fordelingen af disse dagblade blandt abonnenterne har ændret sig siden 2011.

- Opstil en nulhypotese, og beregn på baggrund af denne det forventede antal svar blandt de 200 adspurgte abonnenter.
- Test om hypotesen kan forkastes på et 5% signifikansniveau.

Kilde: www.do.dk

Opgave 14



På figuren ses et guitarstativ indlagt i et koordinatsystem, således at stativets tre fødder ligger i punkterne A , B og C . I punktet E er der monteret et gaffelophæng, som guitaren hænger i, således at guitarens krop støtter på de to ben AD og BD .

- Bestem en ligning for den plan α , der indeholder de to ben AD og BD .
- Bestem en parameterfremstilling for den linje l , der går gennem punkterne D og E , og bestem den stumpe vinkel mellem l og α .

Opgave 15 En funktion f af to variable er givet ved

$$f(x, y) = x^2 + y^3 + 2xy.$$

- Bestem de partielt afledede og den blandede afledede af f .
- Bestem en ligning for tangentplanen til grafen for f i punktet $(-\frac{1}{2}, 1, f(-\frac{1}{2}, 1))$.
- Bestem de stationære punkter for f , og tegn grafen for f .

Opgave 16

En beholder er fyldt med en gas under tryk. Fra en lille ventil i toppen af beholderen strømmer gas ud. I en model er trykket i beholderen P (målt i atm) som funktion af tiden t (målt i minutter efter åbning af ventilen) en løsning til differentialligningen

$$\frac{dP}{dt} = -k \cdot (P - 1,0).$$

Det oplyses, at trykket til tidspunktet $t = 0$ er 5,0 atm, og at trykket til tidspunktet $t = 25$ er 2,0 atm.



- Bestem en forskrift for $P(t)$, og skitsér grafen for $P(t)$.

BILAG

Bilaget kan indgå i besvarelsen.

Skole	Hold		ID
Navn	Ark nr	Antal ark i alt	Tilsynsførende

