



MINISTERIET FOR
BØRN OG
UNDERVISNING
KVALITETS- OG
TILSYNSSTYRELSEN

Matematik A

Studentereksamen

Onsdag den 29. maj 2013
kl. 9.00 - 14.00

Opgavesættet er delt i to dele.

Delprøven uden hjælpemidler består af opgave 1-6 med i alt 6 spørgsmål.
Delprøven med hjælpemidler består af opgave 7-15 med i alt 19 spørgsmål.

De 25 spørgsmål indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Bedømmelsen af det skriftlige eksamenssæt

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen. Dette vurderes blandt andet ud fra kravene beskrevet i de følgende fem kategorier:

1. TEKST

Besvarelsen skal indeholde en forbindende tekst fra start til slut, der giver en klar præsentation af, hvad den enkelte opgave og de enkelte delspørgsmål går ud på.

2. NOTATION OG LAYOUT

Der kræves en hensigtsmæssig opstilling af besvarelsen i overensstemmelse med god matematisk skik, herunder en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres til standardviden.

3. REDEGØRELSE OG DOKUMENTATION

Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder.

4. FIGURER

I besvarelsen skal der indgå en hensigtsmæssig brug af figurer og illustrationer, og der skal være en tydelig sammenhæng mellem tekst og figurer.

5. KONKLUSION

Besvarelsen skal indeholde en afrunding af de forskellige spørgsmål med præcise konklusioner, præsenteret i et klart sprog og/eller med brug af almindelig matematisk notation.

Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 09.00 – 10.00

Opgave 1 En parabel er graf for en funktion med forskriften $f(x) = 2x^2 - 8x + 15$.

Bestem koordinatsættet til parablens toppunkt.

Opgave 2 I en model kan udviklingen i antallet af rådyr i et bestemt område i Danmark beskrives ved funktionen

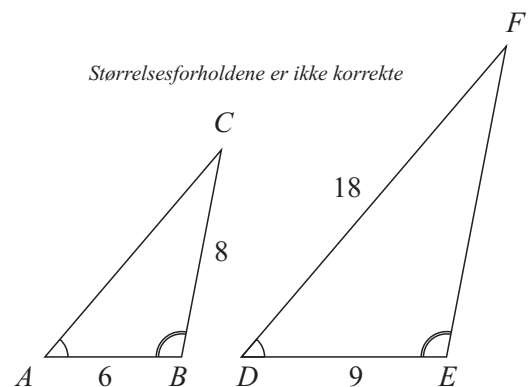
$$N(t) = 25000 \cdot 1.03^t,$$

hvor $N(t)$ beskriver antallet af dyr til tidspunktet t (målt i år efter år 2000).

Gør rede for betydningen af tallene i forskriften for $N(t)$.

Opgave 3 På figuren ses to ensvinklede trekanter ABC og DEF . Nogle af sidelængderne er angivet på figuren.

Bestem omkredsen af trekant ABC .



Opgave 4 En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = 6x^2 + 3.$$

Bestem en forskrift for den stamfunktion til f , hvis graf går gennem punktet $P(2,10)$.

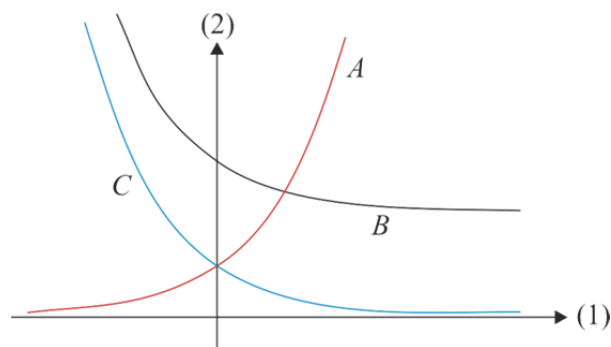
Opgave 5

Hver af de tre grafer A , B og C på figuren er graf for en af de tre funktioner f , g og h . De tre funktioner er bestemt ved

$$f(x) = 0,5^x$$

$$g(x) = 2^x$$

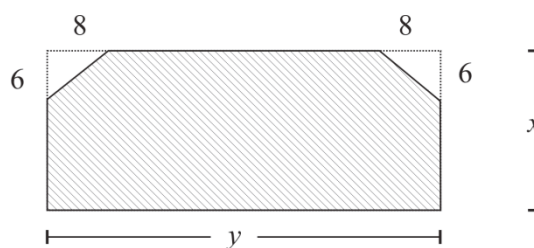
$$h(x) = 0,5^x + 2$$



Gør for hver af graferne A , B og C rede for, hvilken af de tre funktioner den er graf for.

Opgave 6

På figuren ses et rektangel med sidelængder x og y , hvorfra der er afskåret to retvinklede trekanter med sidelængder 6 og 8. Den tiloversblevne skraverede figur har omkredsen 200.



Bestem x og y , så figurens areal bliver størst muligt.

Besvarelsen afleveres kl. 10.00

Delprøven med hjælpemidler

Kl. 09.00 – 14.00

Opgave 7 I et koordinatsystem i planen er givet to punkter $A(20,5)$ og $B(5,10)$ samt en vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

- a) Bestem arealet af parallelogrammet udspændt af $\overrightarrow{AB}$ og $\vec{a}$.
- b) Bestem koordinatsættet til projektionen af $\overrightarrow{AB}$ på $\vec{a}$.

Opgave 8



For et bestemt fragtskib har man målt sammenhørende værdier af motoreffekt og fart.

Motoreffekt (kW)	1537	2003	2637	3489	4537	5755	7606
Fart (knob)	10	11	12	13	14	15	16

I en model kan sammenhængen beskrives ved en funktion af typen

$$f(x) = b \cdot x^a,$$

hvor $f(x)$ er farten (målt i knob) ved en motoreffekt på x (målt i kW).

- a) Benyt tabellens data til at bestemme konstanterne a og b .
- b) Hvor hurtigt sejler skibet, når motoreffekten er 8000 kW?
- c) Hvor mange procent øges farten, når motoreffekten øges med 30%?

Opgave 9 En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x.$$

- a) Tegn grafen for f , og bestem funktionens nulpunkter.
- b) Bestem monotoniforholdene for f .

En anden funktion g er bestemt ved

$$g(x) = -x^2 + bx + c,$$

hvor b og c er konstanter. Det oplyses, at graferne for f og g har en fælles tangent t i punktet $P(1, f(1))$.

- c) Bestem en ligning for tangenten t , og bestem konstanterne b og c .

Opgave 10 Den væksthastighed, hvormed salmonellabakterier udvikler sig i rå kød, afhænger af den temperatur, som kødet opbevares ved. I en model kan væksthastigheden for salmonellabakterier som funktion af temperaturen beskrives ved funktionen

$$r(t) = 7,18 \cdot 10^{-4} \cdot (t - 0,93)^2 \cdot (1 - e^{0,464 \cdot (t - 46,96)}), \quad 0 \leq t \leq 47,$$

hvor $r(t)$ betegner væksthastigheden af salmonellabakterier (målt i CFU/g pr. time), og t betegner temperaturen (målt i $^{\circ}\text{C}$).

- a) Bestem den temperatur, hvor væksthastigheden for salmonellabakterier er størst.

Kilde: Juneja et al., "Mathematical Modeling of Growth of Salmonella in Raw Ground Beef under Isothermal Conditions from 10 to 45°C", Biological Systems Engineering: Papers and Publications. Paper 37. 2009.

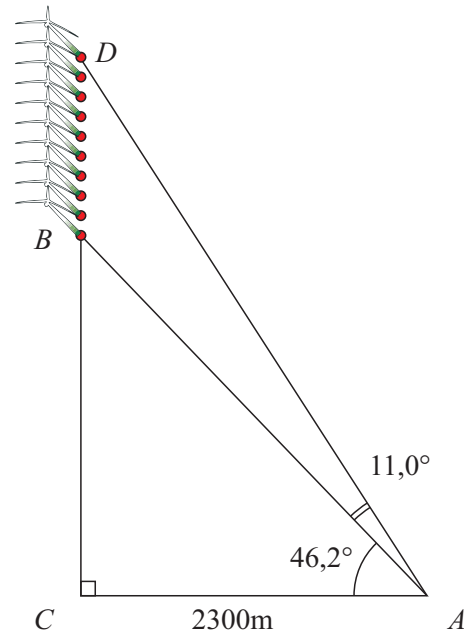
Opgave 11



set fra punkt C



set fra punkt A



Ovenfor ses to fotos samt en model af en vindmøllepark med ti møller set fra to forskellige steder på land, nemlig fra punktet A og punktet C. Afstanden mellem de to punkter er 2300 meter. Sigtevinklerne fra punktet A til den nærmeste mølle i punktet B og til den fjerneste mølle i punktet D er målt og angivet på figuren.

- a) Bestem, hvor langt den nærmeste mølle er fra land, og bestem møllernes indbyrdes afstand.

Opgave 12

I Biblioteksstyrelsens undersøgelse af gymnasielevs informationsadfærd på de tre gymnasiale uddannelser stx, hhx og htx har respondenterne blandt andet forholdt sig til følgende udsagn om litteraturlæsning:

Jeg læser næsten ikke andet end pensum.

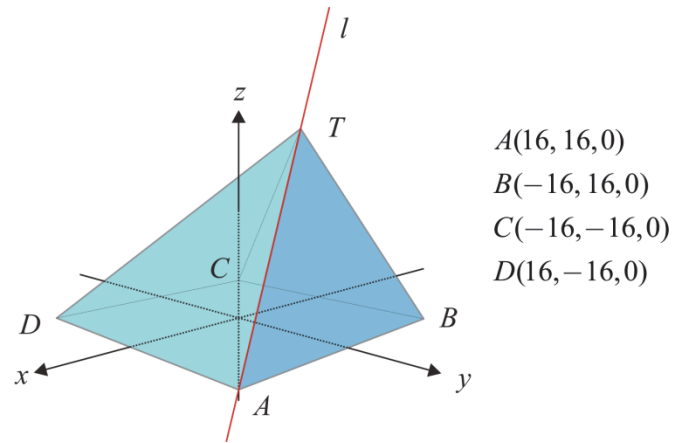
Svarfordelingen på udsagnet var som vist i tabellen nedenfor.

Svar\Gymnasietype	stx	hhx	htx
Uenig	131	69	36
Ved ikke	102	76	27
Enig	235	207	70

- a) Opstil en nulhypotese, der kan anvendes til at teste, om informationsadfærden vedrørende litteraturlæsning er uafhængig af gymnasietype, og undersøg, om nulhypotesen kan forkastes på et 5% signifikansniveau.

Kilde: Gymnasieelever og biblioteker, Biblioteksstyrelsen, 2007.

Opgave 13



På figuren ses en skæv glaspymide indtegnet i et koordinatsystem med enheden dm på akserne. Glaspymidens bund er kvadratisk, og koordinatsættene for hjørnepunkterne er angivet på figuren. Pymidens højeste punkt betegnes T . Linjen l , der går gennem punktet A og punktet T , har parameterfremstillingen

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 16 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -27 \\ -16 \\ 23 \end{pmatrix}, \text{ hvor } s \in \mathbb{R}.$$

- a) Bestem en ligning for den plan α , der indeholder glaspymidens sideflade ATB .

Den plan β , der indeholder sidefladen BCT , har ligningen

$$23x - 5z + 368 = 0.$$

- b) Bestem koordinatsættet til T , som er skæringspunktet mellem l og β .
- c) Bestem den stumpe vinkel mellem α og β .

Opgave 14

En funktion f er givet ved

$$f(x) = e^{-0,1 \cdot x} \cdot \sin(\pi \cdot x), \quad x \geq 0.$$

Funktionen f har i intervallet $[0; 3]$ to x -værdier x_1 og x_2 , hvori der er lokale maksima.

- a) Tegn grafen for f , og bestem koordinatsættene til hvert af punkterne $A(x_1, f(x_1))$ og $B(x_2, f(x_2))$.
- b) Bestem en forskrift for den eksponentialfunktion $g(x) = b \cdot a^x$, hvis graf går gennem A og B .

Graferne for de to funktioner f og g afgrænser i intervallet $[x_1; x_2]$ et område M , der har et areal.

- c) Bestem arealet af M .

Opgave 15 I en model for en bestemt kemisk reaktion omdannes et stof A . Mængden af stoffet A som funktion af tiden er en løsning til differentialligningen:

$$\frac{dM}{dt} = -k \cdot M^2,$$

hvor k er en konstant, og M er mængden (målt i mg) af stoffet A til tidspunktet t (målt i minutter). Til tidspunktet $t = 0$ er der 70 mg af stoffet A , og til tidspunktet $t = 60$ er der 20 mg tilbage af stoffet A .

- Bestem en forskrift for $M(t)$, og bestem konstanten k .
- Bestem $M'(60)$, og gør rede for betydningen af dette tal.

