



UNDERVISNINGS
MINISTERIET
STYRELSEN FOR
UNDERVISNING OG KVALITET

Matematik A

Studentereksamen

Torsdag den 13. august 2015
kl. 9.00 - 14.00

Opgavesættet er delt i to dele.

Delprøven uden hjælpemidler består af opgave 1-6 med i alt 6 spørgsmål.
Delprøven med hjælpemidler består af opgave 7-15 med i alt 19 spørgsmål.

De 25 spørgsmål indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Bedømmelsen af det skriftlige eksamenssæt

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen. Dette vurderes blandt andet ud fra kravene beskrevet i de følgende fem kategorier:

1. TEKST

Besvarelsen skal indeholde en forbindende tekst fra start til slut, der giver en klar præsentation af, hvad den enkelte opgave og de enkelte delspørgsmål går ud på.

2. NOTATION OG LAYOUT

Der kræves en hensigtsmæssig opstilling af besvarelsen i overensstemmelse med god matematisk skik, herunder en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres til standardviden.

3. REDEGØRELSE OG DOKUMENTATION

Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder.

4. FIGURER

I besvarelsen skal der indgå en hensigtsmæssig brug af figurer og illustrationer, og der skal være en tydelig sammenhæng mellem tekst og figurer.

5. KONKLUSION

Besvarelsen skal indeholde en afrunding af de forskellige spørgsmål med præcise konklusioner, præsenteret i et klart sprog og/eller med brug af almindelig matematisk notation.

Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 09.00 – 10.00

Opgave 1 En lineær sammenhæng er givet ved ligningen

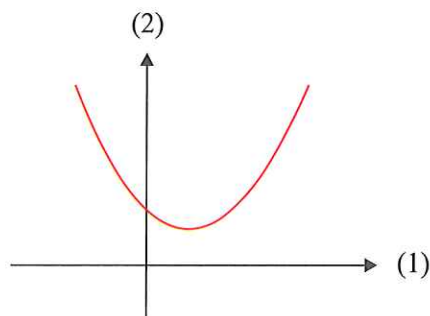
$$y = 3x + 4 .$$

Bestem y , når $x = 7$, og bestem, hvor meget y vokser med, når x vokser med 5.

Opgave 2 Prisen for en bestemt vare antages at vokse med 4,5% pr. år. Det oplyses, at prisen for varen er 213 kr. i 2015.

Indfør passende variable, og opstil en model, der beskriver udviklingen i prisen for varen efter år 2015.

Opgave 3

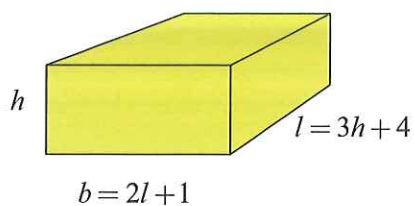


På figuren ses en parabel med ligningen

$$y = ax^2 + bx + c.$$

Benyt grafen til at begrunde fortegnene for a , b og c samt fortegnet for diskriminanten d .

Opgave 4



En kasse har højde h , bredde b og længde l . Sammenhængen mellem højden og længden er bestemt ved $l = 3h + 4$, og sammenhængen mellem længden og bredden bestemt ved $b = 2l + 1$.

Gør rede for, at kassens rumfang er givet ved

$$V = (3h + 4)(6h + 9)h.$$

Opgave 5

Undersøg, om $f(x) = x \cdot e^x$ er en løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y + x \cdot y}{x}.$$

Opgave 6

Bestem integralet

$$\int_0^2 \frac{3x^2 + 2}{\sqrt{x^3 + 2x + 4}} dx.$$

Besvarelsen afleveres kl. 10.00

Delprøven med hjælpemidler

Kl. 09.00 – 14.00

Opgave 7 To vektorer i planen er givet ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} t \\ 3 \end{pmatrix}.$$

- a) Bestem tallet t , så $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er ortogonale.
- b) Bestem de to værdier af t , så vinklen mellem $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er 45° .

Opgave 8 I perioden 2007-2013 har man optalt hvor mange danske familier, der har to personbiler. Tallene fremgår af nedenstående tabel

Årstal	2007	2009	2011	2013
Antal danske familier med to personbiler	244.643	263.039	281.634	298.329

I en model antages det, at udviklingen i antallet af danske familier med to personbiler kan beskrives ved en funktion af typen

$$f(t) = a \cdot t + b,$$

hvor $f(t)$ betegner antallet af danske familier med to personbiler til tidspunktet t (målt i antal år efter 2007).

- a) Benyt tabellens data til at bestemme tallene a og b .
- b) Beskriv betydningen af a , og benyt modellen til at bestemme antallet af danske familier med to personbiler i 2020.

Opgave 9 I trekant ABC er $\angle A = 62^\circ$, $c = 5$ og $b = 7$.

- a) Bestem a , og bestem $\angle C$.

Punktet D ligger på siden BC , således at arealet af trekant ABD og arealet af trekant ADC er lige store.

- b) Bestem arealet af hver af de to trekanter, og bestem $|AD|$.

Opgave 10 En cirkel har ligningen $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25$, og en linje m har ligningen $y = \frac{4}{3}x$.

a) Gør rede for, at førsteaksen er tangent til cirklen.

Cirklen har to tangenter, der er parallelle med linjen m .

b) Bestem koordinatsættet til hvert af de to røringspunkter for tangenterne.

Opgave 11 I en model for glukosekoncentrationen i blodet for en person med diabetes gælder det, at

$$G(t) = 96 + 263 \cdot e^{-0,63 \cdot t} \cdot \cos(1,03 \cdot t - 1,57), \quad 0 \leq t \leq 6,$$

hvor $G(t)$ er glukosekoncentrationen i blodet (målt i mg/dl) til tidspunktet t (målt i timer, der er gået siden indtagelsen af glukosen).

a) Tegn en skitse af grafen for G , og benyt modellen til at bestemme glukosekoncentrationen i blodet efter 2 timer.

b) Benyt modellen til at bestemme den største og mindste glukosekoncentration i blodet.

c) Benyt modellen til at bestemme det tidsinterval, hvori glukosekoncentrationen i blodet er aftagende.

Kilde: *Modeling Diabetes, Fall 2010, Math 636, <http://www-rohan.sdsu.edu/~jmahaffy/>*

Opgave 12 For at afsløre om der er foregået fusk ved et valg, kan man udnytte, at første ciffer i partiernes stemmetal fra alle valgstederne fordeler sig som vist i tabellen nedenfor, hvis det er gået retfærdigt til.

Første ciffer	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Sandsynlighed i procent	30,1	17,6	12,5	9,7	7,9	6,7	5,8	5,1	4,6

I en stikprøve fra et bestemt valg fordelte første ciffer i partiernes stemmetal fra 4430 tilfældigt udtrukne valgsteder sig som vist i tabellen nedenfor.

Første ciffer	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Antal	1261	784	577	454	359	350	223	232	190

a) Opstil en nulhypotese, og beregn de forventede værdier med udgangspunkt i nulhypotesen.

b) Afgør, om nulhypotesen kan forkastes på et 5% signifikansniveau.

Opgave 13 I et koordinatsystem i rummet er givet punkterne $A(10,0,0)$, $B(0,30,0)$ og $C(0,0,20)$. I en model er et trekantet sejl udspændt mellem de tre punkter A , B og C . Sejlet er en del af planen α , der indeholder A , B og C . Enheden på hver af akserne er meter.

a) Bestem en ligning for α , og bestem arealet af sejlet.

Et projektil affyres og følger den rette linje l , der går gennem punkterne $D(6,-2,9)$ og $E(7,-7,10)$.

b) Bestem en parameterfremstilling for l , og bestem koordinatsættet til det skudhul, projektilet laver i sejlet.

Opgave 14 Til et kar med vand tilføres hver time 4 L saltvand med en saltkoncentration på 0,3 kg/L. Samtidig tappes der 6 L væske pr. time fra karret. I en model er saltmængden i karret S (målt i kg) som funktion af tiden t (målt i timer) en løsning til differentialligningen

$$\frac{dS}{dt} = 1,2 - \frac{6 \cdot S}{100 - 2t}, \quad 0 \leq t < 50.$$

Karret indeholder ingen salt til tidspunktet $t = 0$.

a) Bestem en forskrift for $S(t)$.

b) Bestem det tidspunkt, hvor der er mest salt i karret.

Opgave 15 En funktion f er givet ved

$$f(x) = \frac{1}{x}.$$

Et kvadrat med siden 5 er indlagt i et koordinatsystem (se figur). Kvadratet deles i to punktmængder af grafen for f . Den skraverede punktmængde kaldes M (se figur).

a) Bestem arealet af punktmængden M .

b) Bestem rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når M drejes 360° om førsteaksen.

