UNDERVISNINGS
MINISTERIET
KVALITETS- OG
TILSYNSSTYRELSEN

# Matematik A

## Studentereksamen

Fredag den 5. december 2014
kl. 9.00 - 14.00

stx143-MAT/A-05122014

**Opgavesættet er delt i to dele.**

Delprøven uden hjælpemidler består af opgave 1-6 med i alt 6 spørgsmål.
Delprøven med hjælpemidler består af opgave 7-16 med i alt 19 spørgsmål.

De 25 spørgsmål indgår med lige vægt i bedømmelsen.

**Bedømmelsen af det skriftlige eksamenssæt**

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen. Dette vurderes blandt andet ud fra kravene beskrevet i de følgende fem kategorier:

1. **TEKST**
   Besvarelsen skal indeholde en forbindende tekst fra start til slut, der giver en klar præsentation af, hvad den enkelte opgave og de enkelte delspørgsmål går ud på.

2. **NOTATION OG LAYOUT**
   Der kræves en hensigtsmæssig opstilling af besvarelsen i overensstemmelse med god matematisk skik, herunder en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres til standardviden.

3. **REDEGØRELSE OG DOKUMENTATION**
   Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder.

4. **FIGURER**
   I besvarelsen skal der indgå en hensigtsmæssig brug af figurer og illustrationer, og der skal være en tydelig sammenhæng mellem tekst og figurer.

5. **KONKLUSION**
   Besvarelsen skal indeholde en afrunding af de forskellige spørgsmål med præcise konklusioner, præsenteret i et klart sprog og/eller med brug af almindelig matematisk notation.

# Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 09.00 – 10.00

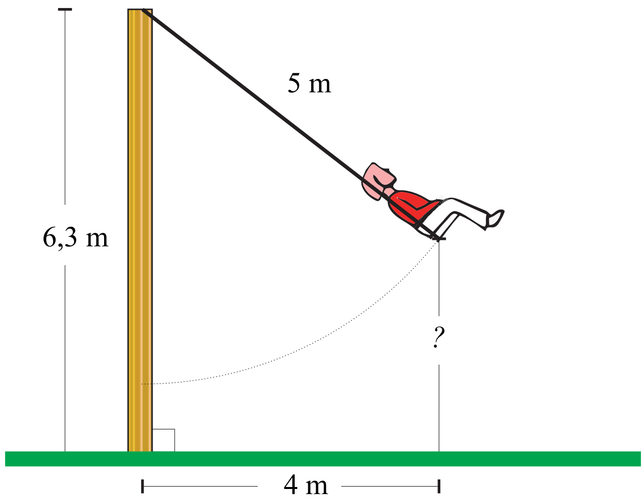
**Opgave 1** Løs andengradsligningen

$$x^2 + 5x - 14 = 0.$$

**Opgave 2** I 2008 var arealet af havis i et bestemt oceanområde 6 millioner km$^2$. Arealet af havis er herefter aftaget med 1,3% om året.

Indfør passende variable, og opstil en model for udviklingen i arealet af havis som funktion af antal år efter 2008.

**Opgave 3**




En person gynger i en 5 m lang gynge fastgjort til toppen af et 6,3 m højt gyngestativ. Personen gynger, således at gyngens sæde er 4 m fra stativet, når personen befinder sig i yderpositionen (se figuren).

Hvor højt er gyngens sæde over jorden, når personen befinder sig i yderpositionen?

**Opgave 4** En funktion *f* er givet ved

$$f(x) = \frac{1}{x} + 6x^2,\ x > 0.$$

Bestem en forskrift for den stamfunktion til *f*, hvis graf går gennem punktet $P(1,8)$.

**Opgave 5** Om en funktion *f* oplyses, at grafen for *f* går gennem punktet $P(2,3)$, samt at *f* er en løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx}=\frac{x^2+1}{y-1}.$$

Bestem en ligning for tangenten til grafen for *f* i *P*.

**Opgave 6** En funktion *f* er givet ved

$$f(x)=-x^3+6x^2+x.$$

Bestem den værdi af *x*, hvor $f'(x)$ er maksimal.

**Besvarelsen afleveres kl. 10.00**

## Delprøven med hjælpemidler

Kl. 09.00 – 14.00

**Opgave 7**

En person stryger rejer i Vadehavet. En af fangsterne indeholder 25 rejer. Tabellen nedenfor viser vægten (målt i decigram) af de 25 rejer.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 7 | 7 | 7 | 7 | 8 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 11 | 15 | 15 | 18 | 19 | 19 | 21 | 21 | 22 | 22 |
| 25 | 29 | 30 | 31 | 32 | | | | | |

a) Bestem kvartilsættet, og tegn et boksplot for fordelingen af de 25 rejers vægt.

**Opgave 8** I et koordinatsystem i planen, har en cirkel centrum i $C(1,-1)$ og radius 5.

a) Gør rede for at $x^2-2x+y^2+2y-23=0$ er en ligning for cirklen.

Linjen $l$ er bestemt ved ligningen

$$l:\ x-7y+17=0.$$

b) Bestem koordinatsættet til hvert af skæringspunkterne mellem cirklen og linjen $l$.

**Opgave 9** Tabellen viser sammenhørende værdier af temperaturen i en bestemt gas og lydens hastighed i gassen.

| Temperatur (Kelvin) | 288 | 298 | 308 | 318 | 328 | 338 | 348 | 358 | 368 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Hastighed (m/s) | 340 | 346 | 352 | 357 | 363 | 369 | 374 | 379 | 385 |

I en model kan sammenhængen beskrives ved

$$v=b\cdot T^{a},$$

hvor $T$ er gassens temperatur (målt i Kelvin), og $v$ er lydens hastighed i gassen (målt i m/s).

a) Benyt tabellens data til at bestemme $a$ og $b$.

b) Benyt modellen til at bestemme lydens hastighed i gassen, når temperaturen i gassen er 250 K.

c) Benyt modellen til at bestemme, hvor mange procent lydens hastighed i gassen ændrer sig med, når gassens temperatur vokser med 5%.

**Opgave 10** Om trekant $ABC$ oplyses, at $\angle A = 20°$, $|AC| = 10$, højden fra $B$ er 4, og $\angle C$ er stump.

a) Tegn en skitse af trekant $ABC$, og bestem arealet af trekant $ABC$.

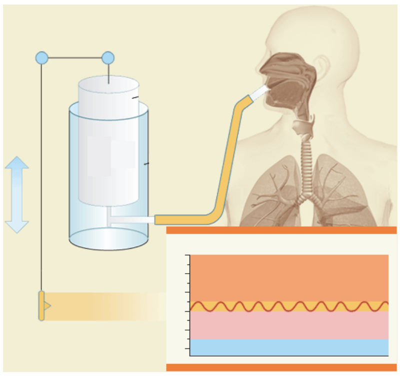
b) Bestem $|AB|$ og $\angle C$.

**Opgave 11** En funktion $f$ er givet ved

$$f(x) = (x^2 + 2x - 2) \cdot e^{-x}.$$

a) Bestem monotoniforholdene for $f$.

**Opgave 12**



*Kilde: http://www.tfahealth.com/*

Med et spirometer har man målt, hvordan luftmængden i lungerne hos en bestemt person afhænger af tiden. I en model kan luftmængden beskrives ved

$$f(t) = 3{,}2 + 0{,}4 \cdot \sin(1{,}25 \cdot t), \quad 0 \leq t \leq 5,$$

hvor $f(t)$ er luftmængden i lungerne (målt i liter) til tidspunktet $t$ (målt i sekunder fra begyndelsen af vejrtrækningen).

a) Tegn grafen for $f$, og benyt modellen til at bestemme den maksimale luftmængde.

b) Benyt modellen til at bestemme de tidspunkter, hvor luftmængden er 3,5 liter.

c) Bestem $f'(2)$, og forklar betydningen af dette tal.

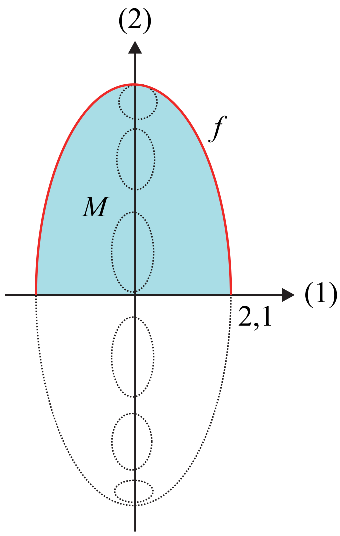
**Opgave 13** Blandt en population er der på tilfældig vis udtaget en række personer. Disse personer er blevet spurgt om deres fysiske aktivitetsniveau og rygevaner. Personernes svar er sammenfattet i tabellen.

| | Daglig-ryger | Fest-ryger | Ikke-ryger |
|---|---|---|---|
| Højt aktivitetsniveau | 71 | 45 | 101 |
| Middel aktivitetsniveau | 67 | 61 | 115 |
| Lavt aktivitetsniveau | 98 | 50 | 93 |

a) Opstil en nulhypotese, og benyt et statistisk test med et signifikansniveau på 5% til at undersøge, om der er uafhængighed mellem det fysiske aktivitetsniveau og rygevaner hos individerne i populationen.

**Opgave 14**

*Foto: http://www.strangebuildings.thegrumpyoldlimey.com/*




En funktion $f$ er givet ved

$$f(x)=\sqrt{25-\left(\frac{5\cdot x}{2{,}1}\right)^2},\quad -2{,}1\le x\le 2{,}1.$$

Grafen for $f$ afgrænser sammen med førsteaksen et område $M$, der har et areal.

På billedet ses et eksemplar af et *Futuro house*. I en model har huset form som det omdrejningslegeme, der fremkommer, når $M$ roteres 360° omkring førsteaksen, hvor enheden på begge akser er meter.

a) Benyt modellen til at bestemme husets rumfang.

Det oplyses, at overfladearealet af et sådant omdrejningslegeme kan beregnes ved integralet

$$O=2\pi\int_{-2{,}1}^{2{,}1} f(x)\cdot\sqrt{1+\left(f'(x)\right)^2}\,dx.$$

b) Benyt modellen til at bestemme husets overfladeareal.

**VEND!**

**Opgave 15** I en model kan græshøjden på en fodboldbane i sommersæsonen beskrives ved en løsning til differentialligningen

$$\frac{dh}{dt} = 0{,}16 \cdot h,$$

hvor $h$ er græshøjden (målt i cm) til tidspunktet $t$ (målt i døgn efter sidste græsslåning).

a) Hvor hurtigt vokser græsset ifølge modellen, når græshøjden er 4 cm?

Det oplyses, at græshøjden er 3 cm umiddelbart efter græsslåning. Endvidere oplyses det, at græsset først slås, når græshøjden er 8 cm.

b) Benyt modellen til at bestemme græshøjden som funktion af tiden, og bestem tiden mellem to græsslåninger.

**Opgave 16** I rummet er tre punkter givet ved $A(3,0,0)$, $B(0,5,0)$ og $C(0,0,t)$, hvor $t$ er et tal.

a) Bestem arealet af trekant $ABC$, når $t = 4$.

Linjen $l$ er bestemt ved parameterfremstillingen

$$l: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 6 \\ 15 \end{pmatrix}, \quad s \in \mathrm{R}.$$

b) Bestem tallet $t$, således at linjen $l$ står vinkelret på den plan, der indeholder punkterne $A$, $B$ og $C$.