UNDERVISNINGS
MINISTERIET
KVALITETS- OG
TILSYNSSTYRELSEN

Matematik A

Studentereksamen

stx142-MAT/A-14082014

Torsdag den 14. august 2014
kl. 9.00 - 14.00

Opgavesættet er delt i to dele.

Delprøven uden hjælpemidler består af opgave 1-6 med i alt 6 spørgsmål.
Delprøven med hjælpemidler består af opgave 7-15 med i alt 19 spørgsmål.

De 25 spørgsmål indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Bedømmelsen af det skriftlige eksamenssæt

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen. Dette vurderes blandt andet ud fra kravene beskrevet i de følgende fem kategorier:

1. **TEKST**
   Besvarelsen skal indeholde en forbindende tekst fra start til slut, der giver en klar præsentation af, hvad den enkelte opgave og de enkelte delspørgsmål går ud på.

2. **NOTATION OG LAYOUT**
   Der kræves en hensigtsmæssig opstilling af besvarelsen i overensstemmelse med god matematisk skik, herunder en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres til standardviden.

3. **REDEGØRELSE OG DOKUMENTATION**
   Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder.

4. **FIGURER**
   I besvarelsen skal der indgå en hensigtsmæssig brug af figurer og illustrationer, og der skal være en tydelig sammenhæng mellem tekst og figurer.

5. **KONKLUSION**
   Besvarelsen skal indeholde en afrunding af de forskellige spørgsmål med præcise konklusioner, præsenteret i et klart sprog og/eller med brug af almindelig matematisk notation.

Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 09.00 – 10.00

Opgave 1 Løs andengradsligningen $x^2+2x-15=0$.

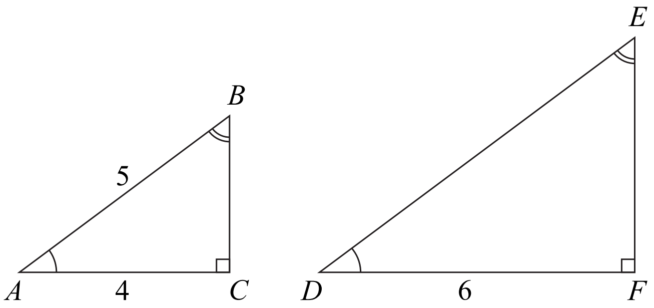
Opgave 2 I en iskiosk har man fundet følgende sammenhæng mellem antallet af is, der kan sælges om dagen, og den pris isen sælges for

$$f(x)=-2{,}5x+125,$$

hvor $f(x)$ er antallet af solgte is, og x er prisen for en is målt i kr.

Gør rede for, hvad tallet $-2{,}5$ betyder for sammenhængen mellem antallet af solgte is og prisen for en is, og bestem den pris, der betyder, at der ikke sælges nogen is.

Opgave 3



På figuren ses to ensvinklede og retvinklede trekanter *ABC* og *DEF*. Nogle af trekanternes sidelængder er angivet på figuren.

Bestem $|BC|$ og $|DE|$.

Opgave 4 I et koordinatsystem i planen er en cirkel bestemt ved ligningen

$$x^2-4x+y^2+6y-3=0.$$

Bestem cirklens radius og koordinatsættet til dens centrum.

Opgave 5 En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = x \cdot \mathrm{e}^{x} \quad .$$

Undersøg, om f er løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = y + \mathrm{e}^{x} \quad .$$

Opgave 6 Bestem integralet $\int_{2}^{3} \frac{3x^{2}}{x^{3}-7}\,\mathrm{d}x$.

Besvarelsen afleveres kl. 10.00

Delprøven med hjælpemidler

Kl. 09.00 – 14.00

Opgave 7 I et koordinatsystem i planen er to vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$ givet ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

a) Bestem vinklen mellem de to vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$.

b) Bestem koordinatsættet til projektionen af $\vec{a}$ på $\vec{b}$.

Opgave 8 Tabellen viser sammenhørende værdier af højden over havoverfladen og diameteren for en kugleformet gasmængde i en vejrballon, der sendes op gennem atmosfæren.

Højde (km)	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5
Diameter (m)	20,5	21,0	21,4	22,0	22,3	23,0	23,5

I en model kan sammenhængen mellem højde og diameter beskrives ved

$$d = b \cdot a^h,$$

hvor *d* er diameteren (målt i m) af den kugleformede gasmængde, og *h* er vejrballonens højde (målt i km) over havoverfladen.

a) Benyt tabellens data til at bestemme tallene *a* og *b*.

b) Benyt modellen til at forudsige diameteren af den kugleformede gasmængde, når vejrballonen er i 6 km's højde.

c) Giv en fortolkning af tallet *a*, og benyt modellen til at bestemme, hvor meget vejrballonens højde skal øges med, for at diameteren vokser med 50%.

Opgave 9 En funktion *f* er givet ved

$$f(x) = \ln(x) - 2x + 5\ ,\ x > 0.$$

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for *f* i punktet $P(2, f(2))$.

b) Bestem monotoniforholdene for *f*.

Opgave 10 En kugle i et koordinatsystem i rummet har centrum i $C(1,2,-1)$, og punktet $P(1,0,5)$ ligger på kuglen.

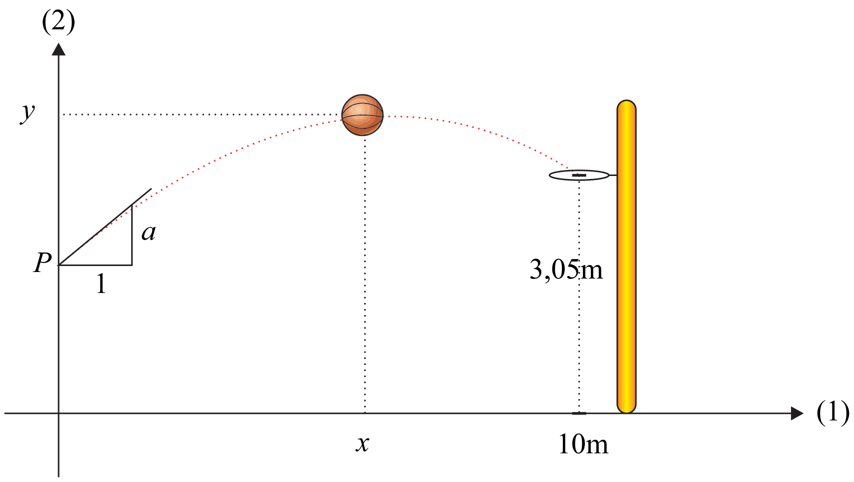
a) Opskriv en ligning for kuglen.

Planen α er bestemt ved ligningen

$$\alpha: \quad y+6z-40=0 \ .$$

b) Undersøg, om α er en tangentplan til kuglen.

Opgave 11



I en model for et kast med en basketball, beskriver bolden en bane, der er en del af en parabel, som har ligningen

$$y=-0{,}034\cdot(1+a^2)\cdot x^2+a\cdot x+2{,}1 \ ,$$

hvor y er boldens højde (målt i m) over gulvet, og x er boldens vandrette afstand (målt i m) fra spilleren. Desuden er a hældningskoefficienten for parablens tangent i punktet P, der hvor bolden forlader spillerens hånd (se figuren).

a) Tegn parablen for $0\leq x\leq 10$, når $a=1{,}1$.

b) Bestem de værdier af a, for hvilke bolden går midt gennem kurven, der er placeret i 3,05 meters højde 10 meter fra spilleren.

Opgave 12 Søren har fået en ny terning og vil undersøge, om den er "ærlig" (dvs. de forventede hyppigheder for antal øjne er lige store). Han kaster derfor terningen 1000 gange på tilfældig måde. Fordelingen af antal gange, de enkelte øjne vises, fremgår af tabellen.

Antal øjne	1	2	3	4	5	6
Hyppighed	172	168	150	188	185	137

a) Opstil en nulhypotese, der kan anvendes til at undersøge, om terningen er "ærlig", og opstil på baggrund heraf en tabel over fordelingen af antal gange, de enkelte øjne vises.

b) Afgør, om man på et 5% signifikansniveau kan forkaste nulhypotesen.

Opgave 13 En funktion f er givet ved

$$f(x) = -0{,}00105x^3 + 0{,}0467x^2 - 0{,}452x + 4{,}78.$$

Grafen for f afgrænser sammen med koordinatsystemets akser og linjen med ligningen $x = 20$ en punktmængde M, der har et areal.

a) Bestem arealet af M.

På billedet ses en vase, hvor det indre har form som det omdrejningslegeme, der fremkommer, når M drejes $360°$ omkring førsteaksen. Enheden på akserne er i cm.

b) Bestem vasens rumfang.

Opgave 14

Tabellen viser en opgørelse af antal fødedygtige ulvepar i en population af ulve i det centrale Idaho i 1996 og i 2007.

Årstal	1996	2007
Antal fødedygtige ulvepar	3	43

I en model for antal fødedygtige ulvepar N som funktion af tiden t (målt i antal år efter 1996) gælder det, at

$$\frac{dN}{dt} = a \cdot N \cdot (90 - N).$$

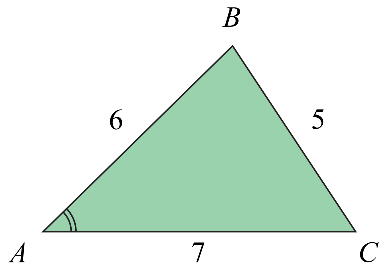
a) Bestem en forskrift for N.

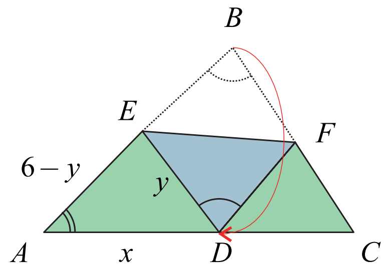
b) Benyt modellen til at bestemme den øvre grænse for antallet af fødedygtige ulvepar i det centrale Idaho, og benyt modellen til at bestemme det tidspunkt, hvor væksthastigheden for antallet af fødedygtige ulvepar er størst.

Kilde: http://fishandgame.idaho.gov/public/wildlife/wolves/

VEND!

Opgave 15





På figuren til venstre ses et stykke papir, der har form som en trekant ABC, hvor $|AB| = 6$, $|BC| = 5$ og $|AC| = 7$.

a) Bestem $\angle A$.

Papiret foldes nu, således at punktet B føres ned til punktet D på siden AC. Herved fremkommer folden EF. Længden af siden AD benævnes x, og længden af siden DE benævnes y.
Det oplyses, at sammenhængen mellem x og y kan beskrives ved

$$y = \frac{-7x^2 + 60x - 252}{10x - 84}, \qquad 0 < x < 6.$$

b) Bestem arealet af trekant ADE udtrykt ved x, og bestem den værdi af x, der giver trekant ADE det største areal.