



Matematik A

Studentereksamen

Opgavesættet er delt i to dele.

Delprøven uden hjælpemidler består af opgave 1-6 med i alt 6 spørgsmål.
Delprøven med hjælpemidler består af opgave 7-16 med i alt 19 spørgsmål.

De 25 spørgsmål indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Bedømmelsen af det skriftlige eksamenssæt

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen. Dette vurderes blandt andet ud fra kravene beskrevet i de følgende fem kategorier:

1. TEKST

Besvarelsen skal indeholde en forbindende tekst fra start til slut, der giver en klar præsentation af, hvad den enkelte opgave og de enkelte delspørgsmål går ud på.

2. NOTATION OG LAYOUT

Der kræves en hensigtsmæssig opstilling af besvarelsen i overensstemmelse med god matematisk skik, herunder en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres til standardviden.

3. REDEGØRELSE OG DOKUMENTATION

Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder.

4. FIGURER

I besvarelsen skal der indgå en hensigtsmæssig brug af figurer og illustrationer, og der skal være en tydelig sammenhæng mellem tekst og figurer.

5. KONKLUSION

Besvarelsen skal indeholde en afrunding af de forskellige spørgsmål med præcise konklusioner, præsenteret i et klart sprog og/eller med brug af almindelig matematisk notation.

Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 09.00 – 10.00

Opgave 1 Reducér udtrykket $(a + 3b)^2 + b(a - 9b) - 7ab$.

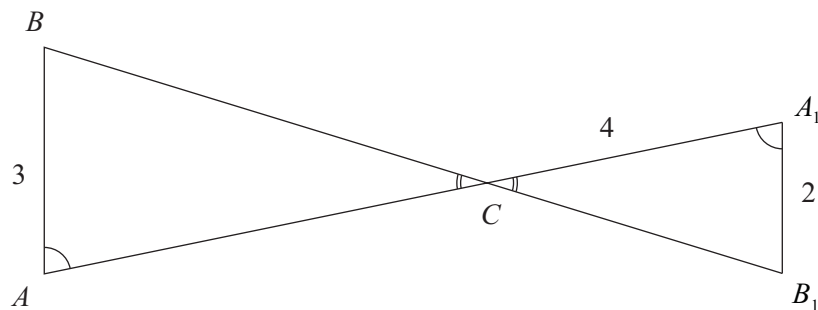
Opgave 2 Løs andengradsligningen $2x^2 - 5x - 3 = 0$.

Opgave 3 Bestem integralet $\int_0^1 (8x^3 + e^x) dx$.

Opgave 4 Funktionen $f(x) = b \cdot x^a$ opfylder, at grafen for f går gennem punkterne $P(2,1)$ og $Q(6,27)$.

Bestem tallene a og b .

Opgave 5



På figuren ses to ensvinklede trekanter ABC og A_1B_1C . Nogle af sidelængderne er angivet på figuren.

Bestem $|AC|$.

Opgave 6 Undersøg, om $f(x) = x \cdot \ln x - x + 1$ er en løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y + x - 1}{x}.$$

Besvarelsen afleveres kl. 10.00

Delprøven med hjælpemidler

Kl. 09.00 - 14.00

Opgave 7 To vektorer i planen er givet ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- Bestem vinklen mellem $\vec{a}$ og $\vec{b}$.
- Bestem koordinatsættet til projektionen af $\vec{a}$ på $\vec{b}$.

Opgave 8 I et koordinatsystem i rummet er givet en plan α , der indeholder punkterne $A(6,0,0)$, $B(0,2,0)$ og $C(0,0,3)$.

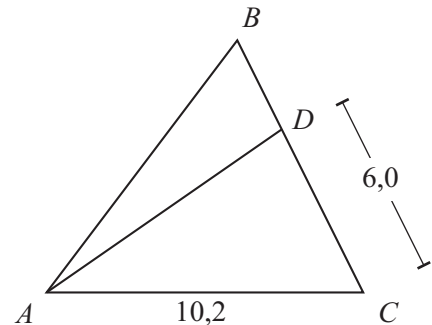
- Bestem en ligning for planen α .
- Bestem arealet af trekant ABC .
- Undersøg, om α er tangentplan til kuglen med centrum i $D(0,10,5)$ og radius 11.

Opgave 9 I trekant ABC er $\angle A = 54^\circ$, $|AC| = 10,2$ og $|BC| = 9,1$. Det oplyses, at $\angle B$ er spids.

- Bestem $\angle B$.

Punktet D ligger på siden BC , således at $|DC| = 6,0$.

- Bestem $|AD|$.



Opgave 10 På en skole har man konstateret, at børnene fra et bestemt boligkvarter fordeler sig på klassetrin som angivet i tabellen.

klassetrin	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
antal	2	3	4	4	7	6	0	2	1	2

- Angiv kvartilsættet, og tegn et boksplot over fordelingen.

Opgave 11 Tabellen viser det årlige udslip af CO₂ for OECD-landene for en række år.

År	1990	1995	2000	2004	2005	2006	2007
CO ₂ mio. ton	11073	11575	12492	12887	12922	12865	13000

I en model antages det, at det årlige udslip af CO₂ (målt i mio. ton) fra OECD-landene som funktion af antal år efter 1990 kan beskrives ved en lineær funktion $f(x)$.

a) Benyt tabellens data til at bestemme en forskrift for $f(x)$.

I perioden 1990-2007 er det årlige udslip af CO₂ fra Kina steget med 6,0 % pr. år. I 1990 var CO₂-udslippet fra Kina 2244 mio. ton. Funktionen $g(x)$ angiver det årlige CO₂-udslip fra Kina x år efter 1990.

b) Bestem en forskrift for $g(x)$, og benyt denne til at bestemme det årlige CO₂-udslip fra Kina i 2030.

c) Benyt funktionerne $f(x)$ og $g(x)$ til at bestemme det årstal, hvor det årlige CO₂-udslip fra Kina overstiger det årlige CO₂-udslip fra OECD-landene.

Kilde : <http://www.iea.org/co2highlights/co2highlights.pdf>

Opgave 12 I en model for udviklingen af antallet af individer i en population betegner $N(t)$ antal individer i populationen til tiden t (målt i døgn). I modellen antages, at

$$N(t) = \frac{4200}{1 + 10 \cdot e^{-0,1t}}.$$

a) Bestem $N'(20)$, og giv en fortolkning af dette tal.

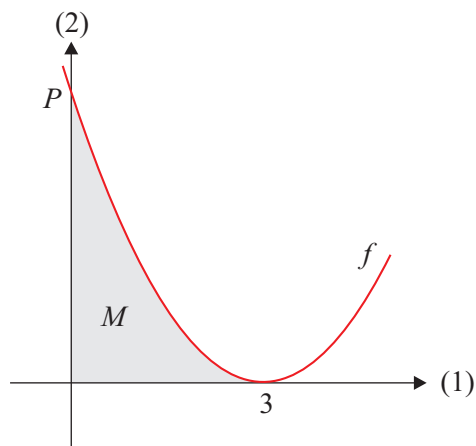
Opgave 13 En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = x^2 - 6x + 9.$$

Grafen for f og koordinatsystemets akser afgrænser i første kvadrant en punktmængde M , der har et areal.

a) Bestem arealet af M .

b) Bestem en ligning for tangenten t til grafen for f i punktet $P(0, f(0))$.



Tangenten t deler punktmængden M i to punktmængder.

c) Bestem arealet af hver af disse.

- Opgave 14** I en model for fiskearten kuller i Nordsøen er længden af en fisk en funktion af fiskens alder, som tilfredsstiller differentialligningen

$$\frac{dL}{dt} = k \cdot (100 - L),$$

hvor k er en konstant, L angiver fiskens længde målt i cm, og t angiver fiskens alder målt i år.

Det oplyses, at til tidspunktet $t = 0$ er fiskens længde 0,4 cm, og til tidspunktet $t = 1$ er fiskens længde 11 cm.

- a) Bestem L som funktion af t .

Længden af kuller fanget i Nordsøen er normalt mellem 40 cm og 60 cm.

- b) Bestem aldersintervallet for kuller, der normalt fanges i Nordsøen.

- Opgave 15** To funktioner f og g er bestemt ved

$$f(x) = x^2 - 4x + 8$$

$$g(x) = 3x \cdot e^{-x}.$$

- a) Bestem den værdi af x , hvor den lodrette afstand mellem grafen for f og grafen for g er mindst mulig.

- Opgave 16** For en bestemt type kasse med kvadratisk bund og låg er prisen for materialet til låget 10 kr./m², og prisen for materialet til sider og bund er 8 kr./m². Kassens rumfang er 1 m³.

- a) Opstil et udtryk for den samlede materialepris som funktion af sidelængden af kassens bund.

