UNDERVISNINGS MINISTERIET

Matematik A

Studentereksamen

stx102-MAT/A-12082010

Torsdag den 12. august 2010
kl. 9.00 - 14.00

Opgavesættet er delt i to dele.

Delprøven uden hjælpemidler består af opgave 1-6 med i alt 6 spørgsmål.
Delprøven med hjælpemidler består af opgave 7-17 med i alt 19 spørgsmål.

De 25 spørgsmål indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Bedømmelsen af det skriftlige eksamenssæt

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen. Dette vurderes blandt andet ud fra kravene beskrevet i de følgende fem kategorier:

1. **TEKST**
   Besvarelsen skal indeholde en forbindende tekst fra start til slut, der giver en klar præsentation af, hvad den enkelte opgave og de enkelte delspørgsmål går ud på.

2. **NOTATION og LAY-OUT**
   Der kræves en hensigtsmæssig opstilling af besvarelsen i overensstemmelse med god matematisk skik, herunder en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres til standardviden.

3. **REDEGØRELSE og DOKUMENTATION**
   Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder.

4. **FIGURER**
   I besvarelsen skal der indgå en hensigtsmæssig brug af figurer og illustrationer, og der skal være en tydelig sammenhæng mellem tekst og figurer.

5. **KONKLUSION**
   Besvarelsen skal indeholde en afrunding af de forskellige spørgsmål med præcise konklusioner, præsenteret i et klart sprog og/eller med brug af almindelig matematisk notation.

Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 09.00 – 10.00

Opgave 1 Bestem tallet t, så vektorerne $\vec{a}=\begin{pmatrix}2\\2t-3\end{pmatrix}$ og $\vec{b}=\begin{pmatrix}4\\7t-5\end{pmatrix}$ er parallelle.

Opgave 2 Bestem koordinatsættet til toppunktet for parablen med ligningen

$$y=x^2-6x+19\ .$$

Opgave 3 Isolér d i

$$R=\frac{4\cdot p}{\pi\cdot d^2}\cdot l\ .$$

Opgave 4 Beregn integralet $\int_0^2(3x^2-10x)\,dx$.

Opgave 5 Gør rede for, at funktionen $f(x)=x\cdot\ln x$ er en løsning til differentialligningen

$$y'=\frac{y}{x}+1\ .$$

Opgave 6 I et koordinatsystem i rummet er en kugle K og en plan α bestemt ved

$$K:\quad (x-1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=36$$
$$\alpha:\quad 2x-y+2z-13=0.$$

Undersøg, om α er tangentplan til K.

Besvarelsen afleveres kl. 10.00

Delprøven med hjælpemidler

Kl. 09.00 - 14.00

Opgave 7 I trekant ABC er $a = 7{,}1$, $b = 8{,}5$ og $c = 5{,}9$.

a) Bestem $\angle A$ og $\angle B$.

b) Bestem længden af vinkelhalveringslinjen v_A.

Opgave 8 Om en eksponentielt voksende funktion f oplyses, at

$$f(3) = 864 \text{ og } f(6) = 1493.$$

a) Bestem en forskrift for f.

b) Bestem fordoblingskonstanten for f.

Opgave 9 To linjer l og m i rummet er bestemt ved

$$l: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$m: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix},$$

hvor t og s er reelle tal.

Det oplyses, at l og m skærer hinanden i et punkt P.

a) Bestem den spidse vinkel mellem l og m.

b) Bestem koordinatsættet til P.

c) Bestem en ligning for den plan, som l og m udspænder.

Opgave 10 I perioden 1990-2000 var den årlige vækstrate i den udvundne vindenergi på verdensplan 24,6 %. I år 2000 var den udvundne vindenergi 10,4 GW.

a) Bestem den udvundne vindenergi i år 2007, når det antages, at den årlige vækstrate efter år 2000 var 24,6 %.

Det oplyses, at den udvundne vindenergi i år 2007 faktisk var 94,1 GW.

b) Bestem den årlige vækstrate i den udvundne vindenergi i perioden 2000-2007 under forudsætning af, at vækstraten er konstant.

Kilde: http//www.earth-policy.org/Indicators/Wind/2008-data.htm

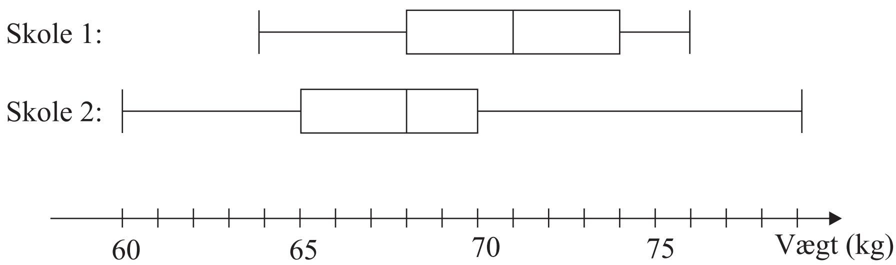
Opgave 11 En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = x^4 - 3x^2 - 4 .$$

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(2, f(2))$.

b) Bestem monotoniforholdene for f.

Opgave 12 I en by har man undersøgt vægten af drenge i to klasser på to forskellige ungdomsuddannelser. Undersøgelsens resultat fremgår af følgende boksplot:



a) Sammenlign de to klassers vægtfordeling ud fra de to boksplot ved at inddrage kvartilsættene.

Opgave 13 En cirkel er givet ved ligningen

$$x^2 + 2x + y^2 - 6y = 15,$$

og en linje er givet ved ligningen

$$x - 2y + 2 = 0.$$

a) Bestem koordinatsættet til hvert af cirklens skæringspunkter med linjen.

Skæringspunktet med den mindste førstekoordinat kaldes Q.

b) Bestem en ligning for tangenten til cirklen i Q.

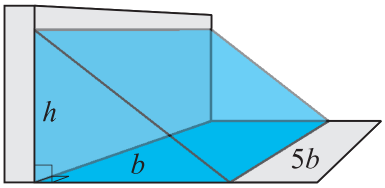
Opgave 14 To funktioner f og g er bestemt ved

$$f(x) = x^2 - k \cdot x \quad \text{og} \quad g(x) = k \cdot x ,$$

hvor k er et positivt tal. Graferne for f og g afgrænser en punktmængde M, der har et areal.

a) Bestem k, så arealet af M er 36.

Opgave 15 På figuren ses et drivhus, der er placeret op ad en mur. Glasoverfladen af drivhuset består af to retvinklede trekanter med kateter h og b, og et rektangel, hvis ene side er $5b$. Det oplyses, at rumfanget af drivhuset er 40.



a) Bestem h udtrykt ved b, og bestem glasoverfladen af drivhuset som funktion af b.

Opgave 16 I en model for glukoseindholdet i blodbanen hos en person er $g(t)$ mængden af glukose (målt i mg), der er absorberet fra mave/tarmsystemet t timer efter indtagelsen af glukosen. Det oplyses, at

$$g'(t) = 675000 \cdot t \cdot \mathrm{e}^{-3t}, \quad 0 \leq t \leq 4,$$

og $g(0) = 0$.

a) Hvor meget glukose er der ifølge modellen absorberet fra mave/tarmsystemet 4 timer efter indtagelse af glukosen?

Opgave 17 I en model for dyrkning af en bestemt afgrøde på en mark kan sammenhængen mellem høstudbyttet M (målt i ton) og mængden af tilført kunstgødning x (målt i kg) beskrives ved differentialligningen

$$\frac{dM}{dx} = 0{,}000369 \cdot M \cdot (15{,}50 - M), \quad 0 \leq x \leq 1000.$$

Det oplyses, at høstudbyttet er 13,1 ton, når der tilføres 400 kg kunstgødning.

a) Bestem en forskrift for M som funktion af x.

Salgsprisen for 1 ton af afgrøden er 700 kr., og 1 kg kunstgødning koster 1,97 kr.

b) Skitsér grafen for fortjenesten (målt i kr.) som funktion af x, og bestem den værdi af x, der giver den største fortjeneste.

Kilde: Mathematical models of crop growth and yield. Allen R. Overman, Richard V. Scholtz, 2002.

Undervisningsministeriet

NORDISK MILJØMÆRKNING
TRYKSAG
541 176