UNDERVISNINGS
MINISTERIET

Matematik A

Studentereksamen

2stx101-MAT/A-01062010

Tirsdag den 1. juni 2010
kl. 9.00 - 14.00

Opgavesættet er delt i to dele.

Delprøven uden hjælpemidler består af opgave 1-6 med i alt 6 spørgsmål.
Delprøven med hjælpemidler består af opgave 7-15 med i alt 19 spørgsmål.

De 25 spørgsmål indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Bedømmelsen af det skriftlige eksamenssæt

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen. Dette vurderes blandt andet ud fra kravene beskrevet i de følgende fem kategorier:

1. **TEKST**
   Besvarelsen skal indeholde en forbindende tekst fra start til slut, der giver en klar præsentation af, hvad den enkelte opgave og de enkelte delspørgsmål går ud på.

2. **NOTATION og LAY-OUT**
   Der kræves en hensigtsmæssig opstilling af besvarelsen i overensstemmelse med god matematisk skik, herunder en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres til standardviden.

3. **REDEGØRELSE og DOKUMENTATION**
   Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder.

4. **FIGURER**
   I besvarelsen skal der indgå en hensigtsmæssig brug af figurer og illustrationer, og der skal være en tydelig sammenhæng mellem tekst og figurer.

5. **KONKLUSION**
   Besvarelsen skal indeholde en afrunding af de forskellige spørgsmål med præcise konklusioner, præsenteret i et klart sprog og/eller med brug af almindelig matematisk notation.

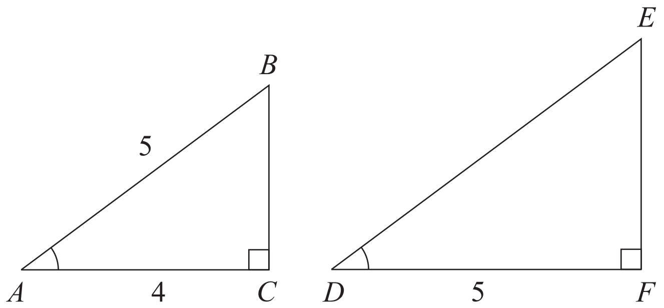
Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 09.00 – 10.00

Opgave 1 Reducér udtrykket $a^2 - b^2 - (a+b)^2 + 2ab$.

Opgave 2 Bestem tallet t, så vektorerne $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2t \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} 5t-1 \\ 3 \end{pmatrix}$ er ortogonale.

Opgave 3



På figuren ses to ensvinklede trekanter ABC og DEF, der begge er retvinklede. Nogle af sidelængderne er angivet på figuren.

Bestem $|EF|$.

Opgave 4 En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = x^4 + \ln(2x+1) .$$

Bestem $f'(1)$.

Opgave 5 En funktion f er løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^3+1}{y} ,$$

og grafen for f går gennem punktet $P(2,4)$.

Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet P.

Opgave 6 Bestem integralet $\int 2x \cdot (x^2+1)^5 \, dx$.

Besvarelsen afleveres kl. 10.00

Delprøven med hjælpemidler

Kl. 09.00 - 14.00

Opgave 7 I et koordinatsystem er givet to punkter $P(3,1)$ og $Q(20,7)$ samt en vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$.

a) Bestem en ligning for den linje, der går gennem *P*, og som står vinkelret på $\vec{a}$.

b) Bestem arealet af det parallelogram, der udspændes af vektorerne $\overrightarrow{PQ}$ og $\vec{a}$.

c) Bestem koordinatsættet til projektionen af $\overrightarrow{PQ}$ på $\vec{a}$.

Opgave 8 Funktionen $f(x) = b \cdot x^a$ opfylder, at

$$f(32) = 402 \text{ og } f(243) = 603 .$$

a) Bestem tallene *a* og *b*.

Opgave 9 I et eksperiment med en bestemt farve lys måles sammenhørende værdier af lysintensitet og væskedybde.
Tabellen nedenfor viser sammenhørende værdier af lysintensitet *I* (angivet i %) og væskedybde *d* (målt i cm).

d	1,0	3,0	4,0	5,0	7,0	10,0	15,0
I	95,1	86,0	81,9	77,9	70,5	60,7	47,2

I en model antages, at tabellens data kan beskrives ved en funktion af typen

$$I(d) = I_0 \cdot a^d .$$

a) Benyt tabellens data til at bestemme tallene I_0 og *a*.

b) Bestem halveringskonstanten.

Opgave 10 I trekant *ABC* er *D* skæringspunktet mellem vinkelhalveringslinjen for vinkel *B* og siden *AC*. Det oplyses, at $\angle A = 70°$ og $|AB| = |BD| = 5$.

a) Tegn en skitse af trekant *ABC*, og bestem $\angle ADB$ samt $|AD|$.

b) Bestem $|BC|$.

Opgave 11 En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = (x+1) \cdot \mathrm{e}^{-x} .$$

a) Bestem monotoniforholdene for *f*.

Grafen for f afgrænser sammen med koordinatsystemets akser i anden kvadrant en punktmængde *M*, der har et areal.

b) Bestem arealet af *M*.

c) Bestem rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når *M* drejes 360° om førsteaksen.

Opgave 12 I et koordinatsystem i rummet er planen α bestemt ved ligningen

$$2x - y - 2z - 6 = 0 .$$

Linjen *l* går gennem koordinatsystemets begyndelsespunkt *O* og punktet $P(7,3,-2)$.

a) Bestem den spidse vinkel mellem planen α og linjen *l*.

b) Bestem en ligning for den kugle, der har centrum i *P*, og som tangerer α.

c) Bestem koordinatsættet til det punkt *Q*, som er projektionen af *P* på α.

Opgave 13 I en model betegner *V* vægten af en gris til tidspunktet *t*. I modellen antages det, at *V* er løsning til differentialligningen

$$\frac{dV}{dt} = 0{,}000193V(139{,}6 - V) ,$$

hvor *V* måles i kg, og *t* måles i døgn efter at grisen er begyndt at indtage fast føde.

Grisens vægt er 7,3 kg, når den begynder at indtage fast føde.

a) Bestem en forskrift for *V*.

b) Bestem ved hjælp af modellen grisens vægt til det tidspunkt, hvor væksthastigheden er størst.

Kilde: www.infosvin.dk

Opgave 14 En linje l har ligningen

$$y = -2x + 1.$$

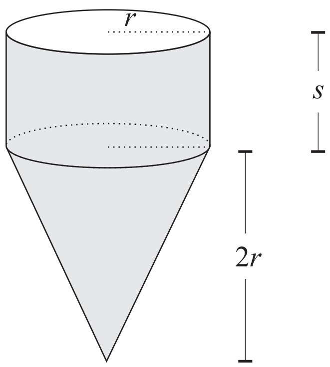
Det oplyses, at linjen l er tangent til grafen for funktionen

$$f(x) = x^2 + bx + c$$

i punktet $P(1, f(1))$.

a) Gør rede for, at $f'(1) = -2$ og $f(1) = -1$, og bestem tallene b og c.

Opgave 15 En tragt er sammensat af en åben cylinder og en kegle (se figuren). Keglens grundflade og cylinderen har samme radius r, målt i dm. Keglens højde er det dobbelte af dens radius. Tragten kan rumme 40 dm^3.



Fra formelsamling (Kegle)

h højde
r grundfladeradius

Krum overflade $\pi r \cdot \sqrt{r^2 + h^2}$

Rumfang $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

a) Bestem cylinderens højde s som funktion af r, og gør rede for, at tragtens overflade O som funktion af r kan beskrives ved

$$O(r) = \pi(\sqrt{5} - \frac{4}{3}) \cdot r^2 + \frac{80}{r}.$$

b) Bestem r, således at tragtens overflade er mindst mulig, når $0 < r < 4$.

Undervisningsministeriet

NORDISK MILJØMÆRKNING
TRYKSAG
541 176