UNDERVISNINGS MINISTERIET

Matematik A

Studentereksamen

1stx101-MAT/A-26052010

Onsdag den 26. maj 2010
kl. 9.00 - 14.00

Opgavesættet er delt i to dele.

Delprøven uden hjælpemidler består af opgave 1-6 med i alt 6 spørgsmål.
Delprøven med hjælpemidler består af opgave 7-16 med i alt 19 spørgsmål.

De 25 spørgsmål indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Bedømmelsen af det skriftlige eksamenssæt

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen. Dette vurderes blandt andet ud fra kravene beskrevet i de følgende fem kategorier:

1. **TEKST**
   Besvarelsen skal indeholde en forbindende tekst fra start til slut, der giver en klar præsentation af, hvad den enkelte opgave og de enkelte delspørgsmål går ud på.

2. **NOTATION og LAY-OUT**
   Der kræves en hensigtsmæssig opstilling af besvarelsen i overensstemmelse med god matematisk skik, herunder en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres til standardviden.

3. **REDEGØRELSE og DOKUMENTATION**
   Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder.

4. **FIGURER**
   I besvarelsen skal der indgå en hensigtsmæssig brug af figurer og illustrationer, og der skal være en tydelig sammenhæng mellem tekst og figurer.

5. **KONKLUSION**
   Besvarelsen skal indeholde en afrunding af de forskellige spørgsmål med præcise konklusioner, præsenteret i et klart sprog og/eller med brug af almindelig matematisk notation.

Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 09.00 – 10.00

Opgave 1 Reducér udtrykket $(a+2b)^2-(a+2b)(a+b)$.

Opgave 2 Løs ligningssystemet

$$x-2y=-2$$
$$3x-y=9.$$

Opgave 3 En funktion f er givet ved

$$f(x)=2\ln(x)+5x^3.$$

Bestem $f'(2)$.

Opgave 4 I et koordinatsystem i rummet er en kugle bestemt ved ligningen

$$x^2-6x+y^2+2y+z^2=6.$$

Bestem kuglens radius og koordinatsættet til dens centrum.

Opgave 5 Undersøg, om $f(x)=x\,\mathrm{e}^x+3x$ er en løsning til differentialligningen

$$y'=y+\frac{y}{x}-3x.$$

Opgave 6 Bestem tallet k, så andengradsligningen

$$2x^2-3x+k=0$$

har netop én løsning.

Besvarelsen afleveres kl. 10.00

Delprøven med hjælpemidler

Kl. 09.00 - 14.00

Opgave 7 I et koordinatsystem er givet vektorerne

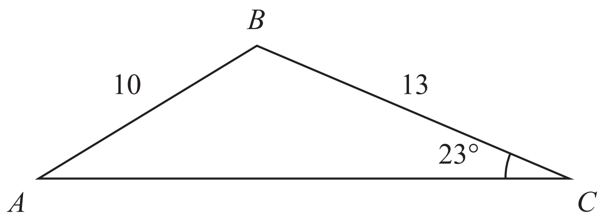
$$\vec{a} = \begin{pmatrix} t-1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ t \end{pmatrix},$$

hvor t er et tal.

a) Bestem for $t = 4$ vinklen mellem $\vec{a}$ og $\vec{b}$.

b) Bestem de værdier af t, for hvilke $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er parallelle.

Opgave 8

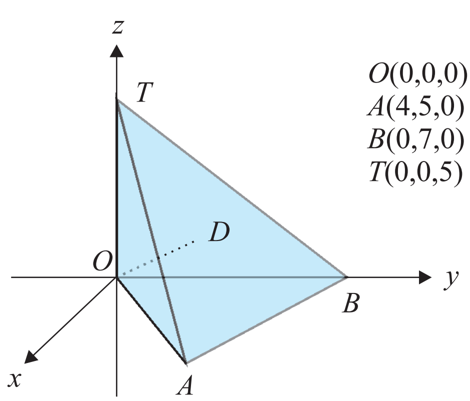


I trekant ABC er $a = 13$, $c = 10$ og $\angle C = 23°$. Det oplyses, at $\angle A$ er spids.

a) Bestem $\angle A$.

b) Bestem b.

Opgave 9 På figuren ses en glasbygning indlagt i et koordinatsystem. Glasbygningen har hjørnerne O, A, B og T (se figuren).



a) Bestem en ligning for den plan α, der indeholder sidefladen ABT.

En metalstang skal gå fra O til et punkt D på sidefladen ABT, således at metalstangen står vinkelret på sidefladen ABT.

b) Bestem koordinatsættet til punktet D.

Opgave 10 For fødsler i anden halvdel af 2006 viser nedenstående tabel fordelingen af mødrenes alder på fødselstidspunktet.

Mors alder på fødselstidspunktet	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50
Procentdel	1,4	9,8	32,2	38,2	15,6	2,7	0,1

a) Tegn sumkurven, og bestem den procentdel af mødrene, som på fødselstidspunktet var mindst 37 år.

Kilde: http://www.sst.dk/publ/tidsskrifter/nyetal/pdf/2007/15_07.pdf

Opgave 11 Sammenhængen mellem maksimal relativ væksthastighed V (målt i døgn^{-1}) og kropsmasse M (målt i gram) for flercellede vekselvarme dyr er givet ved

$$\log V = -1{,}64 - 0{,}27 \log M \, .$$

a) Bestem V, når $M = 3000$.

b) Bestem V som funktion af M.

Kilde: Kaj Sand-Jensen: Økologi og biodiversitet, Gads forlag, København 2000, *ISBN* 87-12-03565-3

Opgave 12 En funktion f er bestemt ved

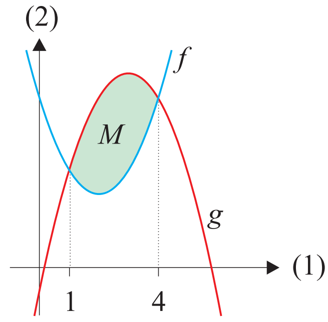
$$f(x) = \mathrm{e}^{x - 0{,}8x^2} \, .$$

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(1, f(1))$.

b) Bestem monotoniforholdene for f.

Opgave 13 To funktioner f og g er givet ved

$$f(x) = x^2 - 4x + 7$$
$$g(x) = -x^2 + 6x - 1 \, .$$



Graferne for f og g afgrænser i første kvadrant en punktmængde M, der har et areal.

a) Bestem arealet af M.

b) Bestem rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når M drejes $360°$ om koordinatsystemets førsteakse.

Opgave 14 Tabellen viser sammenhørende værdier af to størrelser x og y.

x	0	56	112	224	448	896
y	1,91	1,36	0,94	0,47	0,17	0,01

Det oplyses, at sammenhængen mellem x og y med god tilnærmelse kan beskrives ved

$$y = g(x),$$

hvor $g(x) = b \cdot a^x$.

a) Benyt tabellens data til at bestemme konstanterne a og b.

I en model for dyrkning af en afgrøde på en mark antages, at

$$U(x) = \frac{15,5}{1+g(x)}, \quad 0 \leq x \leq 1500,$$

hvor $U(x)$ er tørstofudbyttet (målt i ton), når der tilføres x kg kunstgødning.

b) Skitsér grafen for U, og giv en fortolkning af tallet 15,5.

Kilde: Mathematical models of crop growth and yield. Allen R. Overman, Richard V. Scholtz, 2002.

Opgave 15 I en model for udviklingen af befolkningstallet i Mexico efter 2007 antages det, at den årlige vækstrate r er en funktion af tiden t (målt i antal år efter 2007), som tilfredsstiller differentialligningen

$$\frac{dr}{dt} = -0,025r,$$

og at $r(0) = 0,017$.

a) Bestem r som funktion af t.

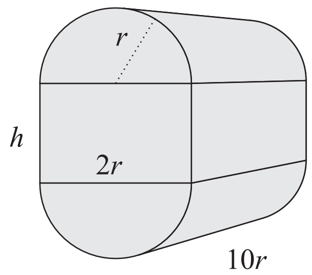
Endvidere antages det, at befolkningstallet $N(t)$ (målt i mio.) som funktion af tiden t (målt i antal år efter 2007) tilfredsstiller differentialligningen

$$\frac{dN}{dt} = r(t) \cdot N,$$

og at $N(0) = 106,5$.

b) Bestem N som funktion af t, og benyt N til at bestemme, hvor mange år der går fra 2007, til befolkningstallet når op på 200 mio.

Opgave 16 En postkasse har form som vist på figuren, hvor hver af postkassens endeflader er sammensat af et rektangel og to halvcirkler. Disse halvcirkler har radius r, mens rektanglets sider er $2r$ og h. Desuden er postkassens bredde $10r$.



a) Bestem postkassens overfladeareal udtrykt ved r og h.

For en bestemt type postkasse med denne form er postkassens rumfang V som funktion af r bestemt ved

$$V(r) = \frac{25r(500 - \pi r^2)}{3}, \qquad 0 < r < 12.$$

b) Bestem r, så en postkasse af denne type har størst muligt rumfang.

NORDISK MILJØMÆRKNING
TRYKSAG
541 176

Undervisningsministeriet