

MATEMATIK
A-NIVEAU

Mandag den 11. maj 2009

Kl. 09.00 – 14.00

STX091-MAA

Opgavesættet er delt i to dele.

Delprøven uden hjælpemidler består af opgave 1-5 med i alt 5 spørgsmål.
Delprøven med hjælpemidler består af opgave 6-16 med i alt 19 spørgsmål.

De 24 spørgsmål indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Bedømmelsen af det skriftlige eksamenssæt

”I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart, herunder om der i opgavebesvarelsen er:

- en forbindende tekst fra start til slut, der giver en klar præsentation af hvad den enkelte opgave og de enkelte delspørgsmål går ud på
- en hensigtsmæssig opstilling af besvarelsen i overensstemmelse med god matematisk skik
- en dokumentation ved et passende antal mellemregninger
- en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde, herunder den eventuelle brug af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder
- en brug af figurer og illustrationer
- en tydelig sammenhæng mellem tekst og figurer
- en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres til standardviden
- en afrunding af de forskellige spørgsmål med præcise konklusioner, præsenteret i et klart sprog og med brug af almindelig matematisk notation.”

(Undervisningsvejledningen til Matematik, Stx)

Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 09.00 – 10.00

Opgave 1 To vektorer er givet ved $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ t \end{pmatrix}$, hvor t er et tal.

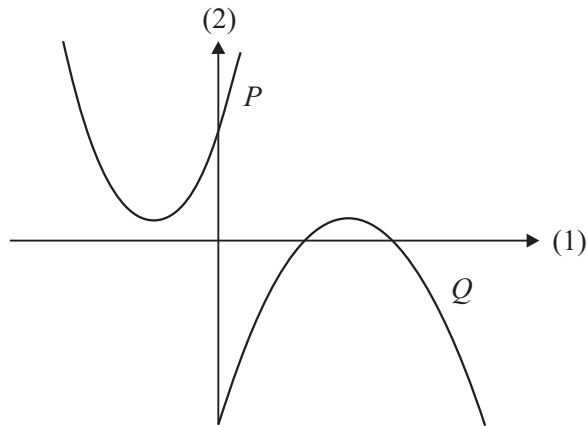
Bestem værdien af tallet t , så \vec{a} og \vec{b} er ortogonale.

Opgave 2 Reducér udtrykket $(p - 2q)^2 + 4pq - (p - q)(p + q)$.

Opgave 3 Om en eksponentielt voksende funktion f oplyses, at $f(4) = 3$ og $f(6) = 27$.

Bestem forskriften for f .

Opgave 4 På figuren ses to parabler P og Q . Hver af parablerne er graf for en funktion af typen $f(x) = ax^2 + bx + c$.



Gør rede for fortegnet for a og c samt diskriminanten d for hver af de to parabler.

Opgave 5 Bestem integralerne $\int (6x^2 + 2x) dx$ og $\int_0^1 5x^4 e^{x^5+1} dx$.

Besvarelsen afleveres kl. 10.00
--

Delprøven med hjælpemidler

Kl. 09.00 - 14.00

Opgave 6 I et koordinatsystem i rummet har en kugle centrum i $C(0,0,5)$, og punktet $P(2,-1,7)$ ligger på kuglen.

a) Bestem en ligning for kuglen.

En tangentplan α til kuglen er givet ved ligningen

$$x + 2y - 2z + 1 = 0.$$

b) Bestem den spidse vinkel mellem α og linjen gennem C og P .

c) Bestem koordinatsættet til α 's røringsspunkt med kuglen.

Opgave 7 En funktion f er givet ved

$$f(x) = x \cdot e^{2x}.$$

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(1, f(1))$.

b) Bestem monotoniforholdene for f .

Opgave 8 Nedenstående tabel viser sammenhørende værdier af længden l (målt i mm) og tørvægten m (målt i mg) for nogle torskeelarver.

l	5,1	5,5	6,0	6,2	6,4	6,7	7,2
m	0,14	0,18	0,24	0,27	0,30	0,35	0,45

I en model kan sammenhængen mellem l og m beskrives ved

$$m = b \cdot l^a,$$

hvor a og b er tal.

a) Benyt tabellens data til at bestemme tallene a og b .

b) Benyt modellen til at bestemme tørvægten af en 7,5 mm lang torskeelarve, og benyt modellen til at bestemme længden af en torskeelarve, som har en tørvægt på 0,60 mg.

Opgave 9 I trekant ABC er $|AB| = 5$, $|AC| = 7$ og $\angle A = 114^\circ$.

a) Bestem $|BC|$ og $\angle B$.

b) Bestem højden h_b , og bestem arealet af trekant ABC .

Opgave 10 Blandt deltagerne i en undersøgelse var der 531, som ryger mindst 5 cigaretter om dagen. I tabellen nedenfor ses en opgørelse over det daglige cigaretforbrug blandt disse 531 rygere.

Antal cigaretter pr. dag	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35
Antal personer	74	119	127	129	32	50

- Bestem de kumulerede frekvenser, og tegn en sumkurve.
- Bestem kvartilsættet for tabellens data, og bestem, hvor stor en procentdel af rygerne der ryger mindst 21 cigaretter om dagen.

Opgave 11 En funktion f er givet ved

$$f(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{x}.$$

Grafen for f , førsteaksen og linjerne med ligningerne $x = 1$ og $x = 4$ afgrænser et område M , der har et areal. Når området M drejes 360° om førsteaksen, fremkommer et omdrejningslegeme.

- Bestem rumfanget af dette omdrejningslegeme.

Opgave 12 I en model for udviklingen af antallet af individer i en population betegner $N(t)$ antallet af individer til tiden t (målt i døgn). I modellen antages det, at N er løsning til differentialligningen

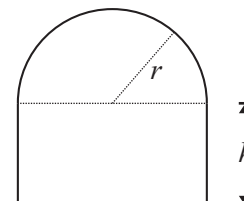
$$\frac{dN}{dt} = 0,00013 \cdot N \cdot (1000 - N),$$

og at der er 50 individer i populationen til tidspunktet $t = 0$.

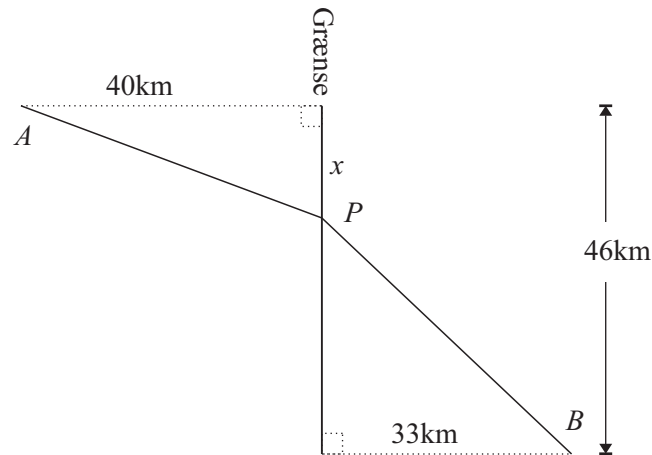
- Bestem væksthastigheden til tidspunktet $t = 0$, og bestem antallet af individer til hvert af de tidspunkter, hvor væksthastigheden er 31 individer pr. døgn.

Opgave 13 Et blomsterbed har form som et rektangel sammensat med en halvcirkel (se figuren).

- Opstil et udtryk for blomsterbedets omkreds udtrykt ved h og r .
- Bestem blomsterbedets areal udtrykt ved r , når blomsterbedets omkreds er 16.



Opgave 14



Mellem to punkter A og B i to forskellige lande skal der etableres en vej APB som vist på figuren. Prisen for stykket AP er 50 mio. kr. pr. km, og prisen for stykket PB er 60 mio. kr. pr. km.

- Bestem $|AP|$ og $|PB|$ udtrykt ved x , idet $0 \leq x \leq 46$ (se figuren).
- Bestem prisen for vejen udtrykt ved x , og bestem den værdi af x , der gør vejen APB billigst mulig.

Opgave 15

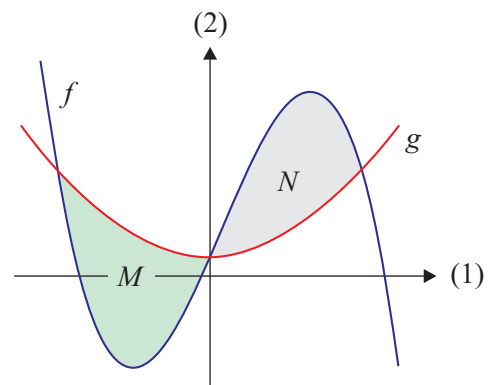
To funktioner f og g er bestemt ved

$$f(x) = -x^3 + x^2 + kx + 3$$

$$g(x) = x^2 + 3,$$

hvor k er et positivt tal.

Graferne for f og g afgrænser for $x \leq 0$ et område M , der har et areal, og for $x \geq 0$ et andet område N , der har et areal.



- Gør rede for, at de to områder M og N har samme areal for alle værdier af k .

Opgave 16

Et vandbad opvarmes fra 20°C til 100°C . Den indre temperatur (målt i $^\circ\text{C}$) i et bestemt objekt, der befinder sig i vandbadet under opvarmningen, er en funktion f af tiden t (målt i sekunder). Det oplyses at f er en løsning til differentialligningen

$$y' = 0,03 \cdot (g(t) - y),$$

hvor $g(t)$ er vandbadets temperatur til tiden t . Endvidere oplyses det, at til tidspunktet $t = 0$ er objektets indre temperatur 10°C , og at

$$g(t) = 20 + 0,25 \cdot t, \quad 0 \leq t \leq 320.$$

- Bestem objektets indre temperatur, når vandbadets temperatur bliver 100°C .

