



MINISTERIET FOR
BØRN OG
UNDERVISNING
KVALITETS- OG
TILSYNSSTYRELSEN

Matematik A

Studentereksamen

Fredag den 24. maj 2013
kl. 9.00 - 14.00

Opgavesættet er delt i to dele.

Delprøven uden hjælpemidler består af opgave 1-6 med i alt 6 spørgsmål.
Delprøven med hjælpemidler består af opgave 7-16 med i alt 19 spørgsmål.

De 25 spørgsmål indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Bedømmelsen af det skriftlige eksamenssæt

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen. Dette vurderes blandt andet ud fra kravene beskrevet i de følgende fem kategorier:

1. TEKST

Besvarelsen skal indeholde en forbindende tekst fra start til slut, der giver en klar præsentation af, hvad den enkelte opgave og de enkelte delspørgsmål går ud på.

2. NOTATION OG LAYOUT

Der kræves en hensigtsmæssig opstilling af besvarelsen i overensstemmelse med god matematisk skik, herunder en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres til standardviden.

3. REDEGØRELSE OG DOKUMENTATION

Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder.

4. FIGURER

I besvarelsen skal der indgå en hensigtsmæssig brug af figurer og illustrationer, og der skal være en tydelig sammenhæng mellem tekst og figurer.

5. KONKLUSION

Besvarelsen skal indeholde en afrunding af de forskellige spørgsmål med præcise konklusioner, præsenteret i et klart sprog og/eller med brug af almindelig matematisk notation.

Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 09.00 – 10.00

Opgave 1 Reducér udtrykket $(p + q)^2 + 2p \cdot (p - q)$.

Opgave 2 Grafen for en lineær funktion $f(x) = ax + b$ går gennem punkterne $A(3,4)$ og $B(5,10)$.

Bestem tallene a og b .

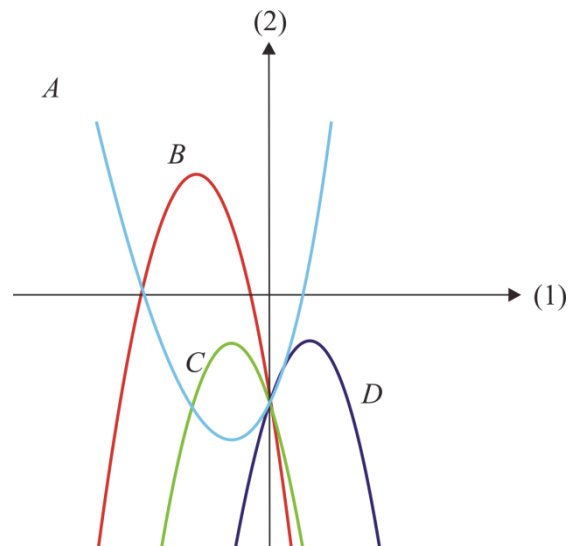
Opgave 3 Om et andengradspolynomium

$$p(x) = ax^2 + bx + c$$

oplyses, at a , c og diskriminanten alle er negative. Endvidere oplyses det, at hældningskoefficienten for parablens tangent i parablens skæringspunkt med andenaksen er positiv.

En af de fire grafer A , B , C og D på figuren er graf for p .

Gør rede for, hvilken af graferne der er graf for p .

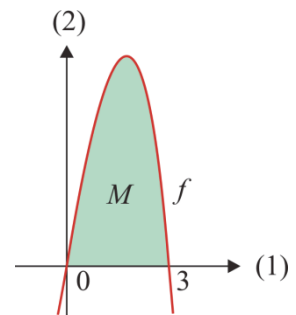


Opgave 4 En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = -x^3 + 9x.$$

Grafen for f og koordinatsystemets førsteakse afgrænser i første kvadrant en punktmængde M .

Bestem arealet af M .



Opgave 5 En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = e^x + 7x.$$

Gør rede for, at f er en voksende funktion.

Opgave 6 En cirkel har centrum i punktet $(0,0)$ og radius $\sqrt{2}$. Linjen l har parameterfremstillingen

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Opskriv en ligning for cirklen, og bestem koordinatsættet til hvert af skæringspunkterne mellem linjen l og cirklen.

Besvarelsen afleveres kl. 10.00
--

Delprøven med hjælpemidler

Kl. 09.00 – 14.00

Opgave 7



Solarfeld Erlasee bei Arnstein (Kilde: Wikimedia commons)

Tabellen viser udviklingen i den procentdel af Tysklands elektricitetsproduktion, der kommer fra vedvarende energi.

År	1990	1995	2000	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Procentdel	3,1	4,5	6,5	10,4	11,8	14,5	15,2	16,6	18,1	20,0

I en model kan sammenhængen beskrives ved

$$P(x) = b \cdot a^x,$$

hvor $P(x)$ er procentdelen af den tyske elektricitetsproduktion, der kommer fra vedvarende energi, og x er antal år efter 1990.

- Benyt tabellens data til at bestemme tallene a og b .
- Gør rede for betydningen af tallet a , og bestem fordoblingstiden.

Tysklands mål er, at i år 2020 skal mindst 35% af landets elektricitetsproduktion komme fra vedvarende energi.

- Benyt modellen til at vurdere om målet er realistisk.

Kilde: technology review, July/August 2012.

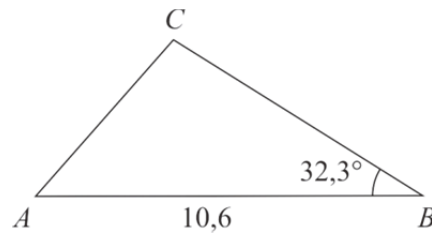
Opgave 8

En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = \ln(x) + x^2, \quad x > 0.$$

- Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(5, f(5))$.

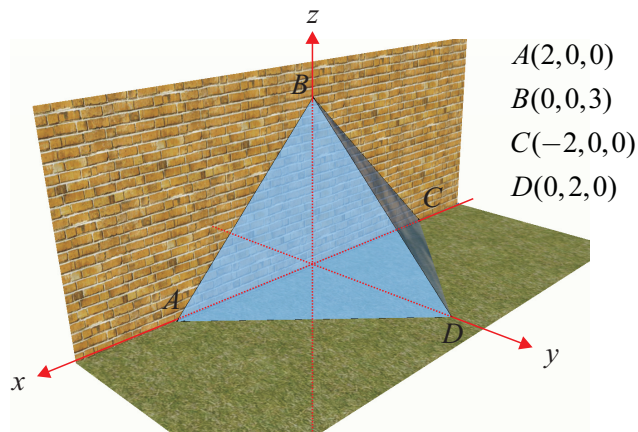
Opgave 9



Om trekant ABC oplyses, at arealet er 22,9 samt at $\angle B = 32,3^\circ$ og $|AB| = 10,6$.

- Bestem højden fra C .
- Bestem omkredsen af trekant ABC .

Opgave 10



Figuren viser en model af et pyramideformet drivhus bygget op ad en mur. Koordinatsættene for drivhusets hjørner er angivet på figuren. Alle mål er i meter.

- Bestem en ligning for den plan, der indeholder glasfladen ABD .

Det oplyses, at den plan, der indeholder glasfladen BCD , har ligningen

$$-3x + 3y + 2z = 6.$$

- Bestem vinklen mellem de to glasflader.

Opgave 11

Et firma producerer en bestemt type slik, der har forskellige farver. Slikket kan have farverne rød, grøn, gul, orange og blå. Firmaet oplyser, at poserne indeholder lige mange af hver farve.

Hans og Grethe har købt en slikpose af den omtalte type, og de fandt følgende farvefordeling:

Rød	Grøn	Gul	Orange	Blå
9	19	15	10	7

- Opstil en nulhypotese, som Hans og Grethe kan anvende til at teste, om firmaets oplysninger om farvefordelingen i deres slikpose holder stik, og undersøg på et 5% signifikansniveau, om Hans og Grethe må forkaste nulhypotesen.

Opgave 12

Det store pariserhjul ”London Eye” har en diameter på 135 m og en tur rundt i en af gondolerne tager en halv time. I en model for bevægelsen af en af gondolerne kan gondolens højde over jordoverfalden som funktion af tiden beskrives ved

$$f(t) = 67,5 \cdot \sin(0,209 \cdot t - 1,57) + 70, \quad 0 \leq t \leq 30,$$

hvor $f(t)$ er gondolens højde over jordoverfladen (målt i meter) til tiden t (målt i minutter efter start).

- Tegn grafen for f , og bestem gondolens højde over jordoverfladen efter 7 minutter.
- Bestem den tid, der går før gondolen første gang befinder sig 40 meter over jordoverfladen.



Foto: commons.wikimedia.org

Opgave 13

I en model betegner N antal traner i en tranebestand i Hokkaido-området i Japan. I modellen antages det, at N som funktion af tiden er en løsning til differential-ligningen

$$\frac{dN}{dt} = 0,00029N \cdot (1500 - N),$$

hvor t er antal år efter 1975.

- Bestem tranebestandens væksthastighed, da der var 500 traner i bestanden.

Det oplyses, at tranebestanden i 1975 var 194 traner.

- Bestem en forskrift for N .
- Bestem det tidspunkt, hvor væksthastigheden for tranebestanden var størst.



Foto: commons.wikimedia.org

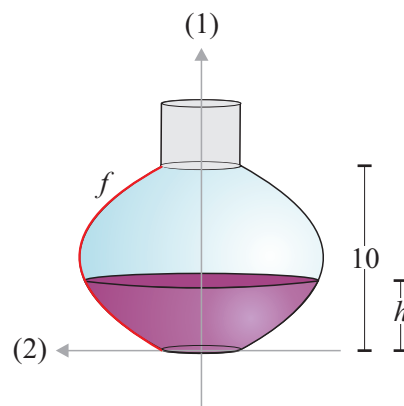
Kilde: *A simple population viability analysis of Tancho (Grus japonensis) in southeastern Hokkaido, Japan, Yoshiyuki Masatomi, Seigo Higashi and Hiroyuki Masatomi, 2007.*

VEND!

Opgave 14 En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = -0,2x^2 + 2x + 2,5.$$

I en model af en karaffel har karaflens nedre del form som det omdrejningslegeme, der fremkommer, når grafen for f roteres 360° omkring førsteaksen i intervallet $[0; 10]$ (se figur). Enheden på akserne er cm. Bemærk, at førsteaksen er lodret på figuren.



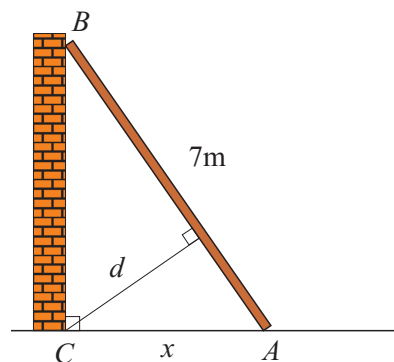
- a) Bestem maksimum for f , og benyt dette til at bestemme bredden af karaflen, der hvor den er bredest.

Der fyldes væske i karaflen, så højden af væsken er h cm fra karaflens bund.

- b) Bestem volumen af væsken udtrykt ved h , og bestem væskehøjden, når der fyldes 500 cm^3 væske i karaflen.

Opgave 15

En 7 m lang stige er placeret op ad en lodret mur. Stigens røringpunkt med jorden benævnes A , og stigens røringpunkt med muren benævnes B . Afstanden mellem stigen og murens fod benævnes d . Afstanden mellem murens fod og stigens fod benævnes med x , og det oplyses, at $0 < x < 7$.



- a) Gør rede for, at $|BC| = \sqrt{49 - x^2}$, og benyt dette til at vise, at $d = \frac{x \cdot \sqrt{49 - x^2}}{7}$.
- b) Bestem x , så d bliver størst mulig.

Opgave 16

En steg sættes til langtidsstegning i en ovn. I en model er stegens indre temperatur T (målt i $^\circ\text{C}$) en funktion af tiden x (målt i minutter). Den hastighed, hvormed stegens indre temperatur stiger til tidspunktet x , er proportional med forskellen mellem ovnens temperatur og stegens indre temperatur. Det oplyses, at ovnens temperatur er 150°C , og at proportionalitetskonstanten er 0,011.



Foto: commons.wikimedia.org

- a) Opstil en differentialligning, som T må opfylde.

