

New Math

Ib Michelsen

Mine synspunkter på matematikundervisning og bedømmelse af resultaterne

Hvorfor skal samfundet betale for at nogen lærer matematik?

Mulige svar kunne være:

- Det er - på forskellige niveauer - nødvendigt for at kunne bestride mange jobs i samfundet. Er man fuldstændig blank, vil man være afskåret fra næsten alle jobs.
- Som samfundsborger i et demokratisk samfund kan man ikke tage meningsfuld stilling til mange samfundsspørgsmål uden et vist matematisk kendskab
- Man kan også opfatte det som en borgerret ("Er lyset for de lærde blot ...")

Men der er vel en "Conditio sine qua non"?

Undervisningen skal give mening!

- Elever, kursister og studerende modtager en undervisning med et påviseligt og ønsket udbytte:
 - Dvs. for enhver elev på ethvert niveau er der veldefinerede mål, som uvildige instanser kontrollerer bliver nået.
- Og for enhver elev skal undervisningen ikke alene være meningsfuld, men også på et niveau, hvor den underviste får et godt udbytte, kan føle glæden ved at blive klogere, kan udnytte sine evner fuldtud og aldrig føler sig dum, kasseret og værdiløs.

Problemområder i de gymnasiale ungdomsuddannelser

- Men alle lærere har mødt elever, der erklærer: Jeg kan ikke lære matematik.
 - Og som føler sig kasserede. Og som måske eksplicit har fået det fortalt af deres lærer! Det giver mange, mange nederlag, der ganske urimeligt tilføjes generation efter generation.
- Og alle lærere har formodentligt oplevet frustrationen ved ikke i tilstrækkeligt omfang at kunne levere den undervisningsdifferentiering, der tales om, men aldrig demonstreres. Fordi det - med den hjælp og de materialer, der tilbydes - er en umulig opgave, når der typisk er en spredning i elevmaterialet svarende til 3 - 4 år, når de begynder en ungdomsuddannelse.

- Folkeskolen afleverer elever, der kun sjældent mestrer det, der fremgår af læreplanerne til og med 9. klasse
- Eleverne kan frit melde sig til en studieretning med matematik på A-, B- eller C-niveau uafhængigt af elevens matematikundskaber
- Båndet mellem niveau og antal undervisningsår: Sat på spidsen kunne jeg forestille mig et treårigt C-forløb for svage elever og et toårigt A-forløb for talentfulde elever. Og som en følge heraf kunne der være en ide i at have andre og mere nuancerede niveaubetegnelser.
- Eksamensformer og karaktergivning. Det er dog så stort et område, at jeg vil behandle det mere grundigt herunder.

Hvorfor afholdes eksamen?

For mig at se er det en kontrolforanstaltning: Samfundet har en interesse i at sikre sig, at lærerne ikke tjener penge på samme måde, som skrædderne i "Kejserens nye klæder" og at eleven ikke har købt sig til "Kongevejen til geometrien". Og at eleverne faktisk har lært et eller andet veldefineret, der her har noget med matematik at gøre.

Så hvad jeg mener medfører:

- **At eksamen bare omtrentligt skal måle** det man ønsker målt! (Og i parentes bemærket: Ikke lærerens, faderens, onklens, manuduktørens, kammeratens viden og kompetencer. Eller lommeregnerens :-)) Hvilket medfører:
 - At lange forberedelsestider, hvor eleverne kan kommunikere med andre, er udelukket
 - At gruppeeksamen er udelukket ¹
 - At netforsøget, hvor få ugers arbejde vægtes højt, er uheldigt, og også her gælder det, at det kan afhænge meget elevens netværk og lærerens indsats, hvilket resultat eleven får.
 - At hvis vi vil måle matematikkompetencer som en flerdimensional størrelse, bør vi indrette eksamen herefter og lave delprøver, der hver for sig tester fx.
 - hjælpemiddelkompetence
 - ræsonnementskompetence
 - modelleringskompetence
 - problembehandlingskompetence osv.

¹ Den venlige læser bedes bemærke: Jeg synes, at det at kunne samarbejde om en opgave, er en vigtig kompetence. Men det er jo ikke det, en eksamen i matematik skal bedømme! Det må være den enkelte matematikfaglige kompetencer. Og i øvrigt mener jeg, at skolen bør modarbejde den sociale udstødelse, der nemt følger af en gruppeeksamen: Hvem vil være med i en dårlig gruppe?

- At elever ikke skal have spørgsmål på A-niveau, som hører hjemme på C-niveau eller derunder som: 1) bestemme heltallige parametre i en lineær model, 2) løse enkle ligninger, 3) benytte kvadratsætninger 4) aflæse eller beregne funktionsværdier og løse $f(x) = k$, osv. osv.
- At elever ikke skal have typeopgaver, hvor det ikke kræver nogen forståelse at anvende hjælpemidlet.²
- **At bestå en eksamen bør betyde**, at man i det store og hele behersker pensum! Det tør vist antydes, at det ikke er tilfældet i dag. Kunne man få kørekort med kendskab til, hvad 35 % af pedalerne dernede i bunden af bilen bruges til, turde jeg ikke begive mig ud i trafikken. Men hvad gør vi så med de matematiksvage elever? Vi kunne gøre dem den tjeneste at undervise dem i noget, de forstod! Og lade dem gå til eksamen i den delmængde. Lader vi stadig A, B og C stå for uddannelseslængden i ungdomsuddannelsen, kunne man med indeks markere omfanget af pensum fra 0 til 10 (eller et andet tal). Nævnt som bare en ud af mange muligheder.
- **Sommetider høres underlige påstande som:**
 - Eksamen skal ligne dagligdagen (hvor vi kan spørge andre, arbejde sammen, bruge Internettet osv.)
 - Hvorfor dog? En eksamen er ingen undervisningssituation eller bare en anden dag på kontoret. Det er en kontrol af, om eleven har lært noget. Basta. Fortalere for "spændende" og "moderne" eksamensformer må tåle den mistanke, at de reelt prøver at skjule, hvor lidt eleverne har lært.
 - Selvfølgelig skal en eksamen foregå med adgang til en PC! vil mange sige.
 - Er der adgang til PC eller mobiltelefon under en eksamen, kan der kommunikeres og snydes. I gamle dage måtte opgaverne ikke tages ud af eksamenslokalet før eksamen var færdig. I dag kan de være spredt over hele kloden få minutter efter eksamens start. Vi ved at en SRP-opgave koster godt 5000 kr. Gad vidst, hvad en skriftlig eksamen i Matematik A koster med garanteret 12 som resultat?

Eksamensform mv.

Enhver ved, at eksamen i meget høj grad har en afsmittende virkning på undervisningens tilrettelæggelse. På godt og ondt. Og derfor er det selvfølgelig vigtigt, at man ved valg af form vælger en, der får lærere og elever til at vælge "*Solidum petit in profundis*" eller det forældede "*Coelestem adspicit lucem*".

² Jeg har ikke den endelige løsning på, hvordan en eksamensopgave skal se ud. Og jeg ønsker selvfølgelig også, at mine elever klarer den eksisterende eksamensform godt - og indretter prøver og undervisning derefter. Men i 1g er der lang tid til eksamen for A-niveau og vi kan eksperimentere med at dele årsprøven i 3 dele: helt uden hjælpemidler, med lommeregner som hjælpemiddel og med alle hjælpemidler. Jeg vedhæfter et eksempel på årets årsprøve som bilag.

Som stat kan man jo overveje: hvad er prisen for de tilbudte alternativer, hvad måler bedst og nøjagtigst det, der skal måles og hvilken virkning får de på undervisningen. (Og måske teste dem i rigtige videnskabelige forsøg inden de rulles ud i stor målestok. Og tillade andre forsøg end dem der konciperes i Frederiksholm Kanal.)

Man kan fx også overveje, hvad man vil vælge: En meget dyr og ret nøjagtig eksamensform, der fortæller, hvor gode eleverne med de eksisterende hjælpemidler er til at løse dagens eksamensopgaver. Eller alternativet: En meget billig og mindre nøjagtig eksamensform, der kunne måle, hvor gode eleverne var til matematik.

Et plus vil være en eksamensform, hvor:

- Eleven kan øve sig i at gå til eksamen med automatisk tilbagemelding om resultatet.
- Eleven / elevens lærer kan selv bestemme, hvornår man er klar til at gå til eksamen (deleksamen.)
- Den enkelte elev / holdet kan tage flere eller færre deleksaminer og dermed nå et højere eller lavere niveau.

Begrundelsen er den indlysende, at med det eksisterende system er der set med elevens (og lærerens?) øjne ikke vundet noget ved at give den en skalle. Man har da lov at håbe på, at nogle / mange elever vil udnytte deres fulde potentiale, hvis der var en mulighed. Det er der rigtig mange, der ikke gør nu.

Så derfor ville jeg overveje, om ikke mange eksaminer kunne afvikles som multiple choice test? Er opgavepuljen stor nok og med en indbygget algoritme, der laver tallene om hver gang, kan puljen genbruges og være klar til enhver tid: som øvelse eller som eksamen. Der er ingen forskel bortset fra en nødvendig kontrol.

Ib Michelsen

lektor, Skive Gymnasium & HF

Bilag 1

På de næste sider ses en årsprøve, der som tidligere skrevet er tredelt.

De to første dele tester omtrent det samme:

- Har eleverne en paratviden? kendskab til begreber? løsningsteknikker?
- Om det er problemløsningskompetence i Niss'sk forstand, der testes, er måske et åbent spørgsmål. Opgaver, der løses med få specifikke rutinefærdigheder, henregnes ikke til matematiske problemer. Men i 1. del indgår test af de mest elementære regnefærdigheder ...
- At lommeregneren medtages i 2. del er egentlig ikke strengt nødvendigt, hvis man kunne se bort fra elevernes manglende færdigheder i regning. Men jeg får med lommeregneren en væsentlig udvidelse af de opgavetyper, eleverne kan løse.

Formålet med den 3. del er primært at teste hjælpemiddelkompetencen, men der indgår naturligvis flere kompetencer.

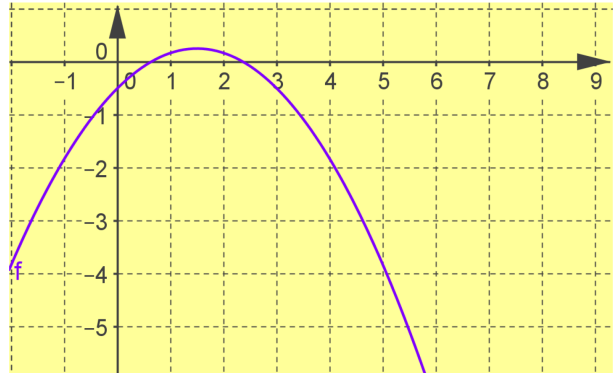
Men det er nok et åbent spørgsmål, hvor mange af kompetencerne, der udsættes for en egentlig test - når det ofte blot drejer sig om at trykke på en knap.

Årsprøve for 1u (1-5): Uden hjælpemidler

Opgave 1

Funktionen $f(x) = ax^2 + bx + c$ har nedenstående graf. Hvad kan du sige om fortegnene for a , b og c .

(Husk begrundelser)



Opgave 2

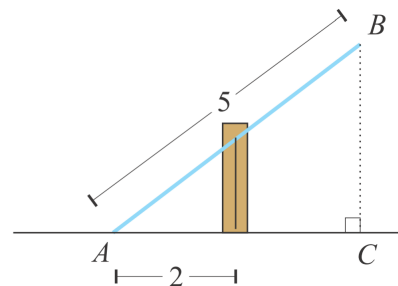
Reducer udtrykket $(5x - 3y)^2 - (x - 3y)(x + 3y) + 30xy$

Hvad er værdien af udtrykket, hvis $x = 2$ og $y = 7$?

Opgave 3

En 5 m lang vippe er ophængt på midten. Når den ene ende rører jorden, er der 2 m til den stolpe, den er fastgjort til.

Bestem, hvor højt punktet B er over jorden.



Opgave 4

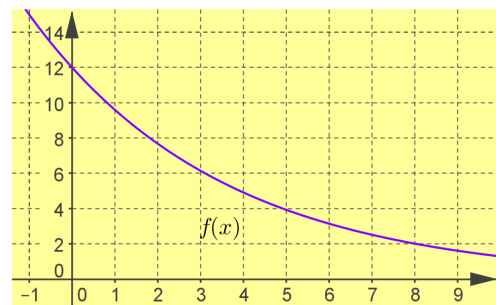
Bestem koordinaterne til skæringspunktet mellem linjerne m og n , idet

$$m: 3x + 4y = 5 \quad \text{og}$$

$$n: -5x + y = 3$$

Opgave 5

Find halveringskonstanten for den eksponentielle funktion, hvis graf ses til højre.



Årsprøve for 1u (6-8): Hjælpemiddel:lommeregner

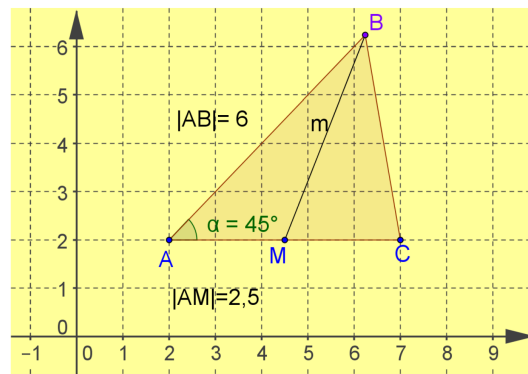
Opgave 6

For den lineære funktion f gælder, at grafen går gennem punkterne $(-2, -8)$ og $(13, -20)$. Find forskriften for funktionen.

Opgave 7

Med de oplyste mål på tegningen beregnes

- længden af medianen BM ($=m$) og
- arealet af trekant ABC



Opgave 8

En samfundsvidenskabelig forsker har interesseret sig for sammenhængen mellem den alder man har, når og hvis man går på efterløn og om man lever sammen med en partner eller ej. Han har udtrukket en tilfældig stikprøve blandt dem, der er gået på efterløn, med følgende resultat:

Efterlønsalder Lever sammen med en partner	60 år	61-65 år
Ja	28	62
Nej	73	90

Hans nulhypotese lyder: Efterlønsalderen er uafhængig af om man lever sammen med en partner.

- Beregn en tabel over forventede værdier. Beregn derefter teststørrelsen. Angiv antallet af frihedsgrader for chi-i-anden-fordelingen.
- Benyt den nedenstående tabel til at afgøre, om nulhypotesen skal forkastes. Signifikansniveauet er valgt til 5 %.

Antal frihedsgrader	1	2	3	4	5	6
Kritisk værdi	3,84	5,99	7,81	9,49	11,1	12,6

Årsprøve for 1u (9-12): Alle hjælpemidler tilladt)

Opgave 9



Danmarks første frimærke udkom i 1851.
Brugte eksemplarer bliver solgt bl.a. på
internetauktioner.

Tabellen viser fordelingen af salgspriserne for 60 brugte eksemplarer af Danmarks første frimærke.

Salgspris (kr.)	50-100	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350
Antal	13	26	8	8	1	4

a) Tegn et histogram over disse salgspriser.

Opgave 10

Konstruer en trekant ABC i GeoGebra, hvor $\angle A = 48^\circ$, $b = 5$ og $c = 6$

På tegningen vises navne og størrelse (med 5 betydende cifre) på de to andre vinkler og den tredje side.

Opgave 11

Find skæringspunktet mellem graferne for $f(x) = \sqrt{3x}$ og $g(x) = 0,5x^2 - 2x - 3$ med GeoGebra.

Opgave 12

Tabellen viser sammenhørende værdier af løbedistance og den tid, det tager en kondiløber at løbe distancen.

Løbedistance (km)	5	10	15	20
Løberens tid på distancen (sekunder)	1024	2136	3282	4453

I en model antages det, at kondiløberens tid som funktion af distancen er af typen

$$f(x) = b \cdot x^a,$$

hvor x er distancen (målt i km), og $f(x)$ er kondiløberens tid (målt i sekunder).

a) Bestem tallene a og b .

b) Bestem ved hjælp af f kondiløberens tid på en maraton, som er 42,195 km.