

Eksperimentel Matematik

4 bidrag

Ib Michelsen

2007

Trekanter

- der ligner hinanden

Ib Michelsen

VUC Skive-Viborg

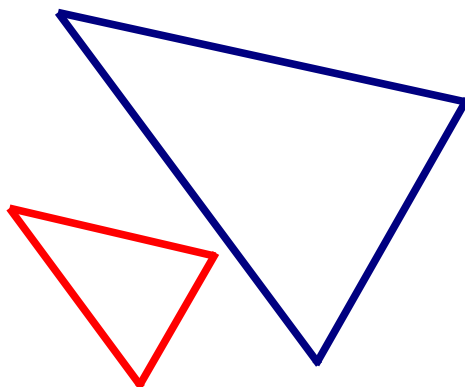
ib.michelsen@mimimi.dk

Geometri C

2 - 6 timer

Faglige mål

- Ensvinklede og ligedannede trekanter
- Grundlæggende geometriske sætninger
- Bevisteknik (eventuelt)



Beskrivelse

1. del

Eleverne tegner to ligedannede trekanter efter eget valg: ABC og A'B'C'. Trekanterne klippes ud og placeres på et stort kvadreret ark og fastholdes ved hjælp af en limstift.

Ved placeringen sikres:

- at to sider, der svarer til hinanden, er parallelle
- at ABC har samme omløbsretning som A'B'C'

Undersøg, hvor mange par af parallelle linjer der findes gennem trekantssiderne.

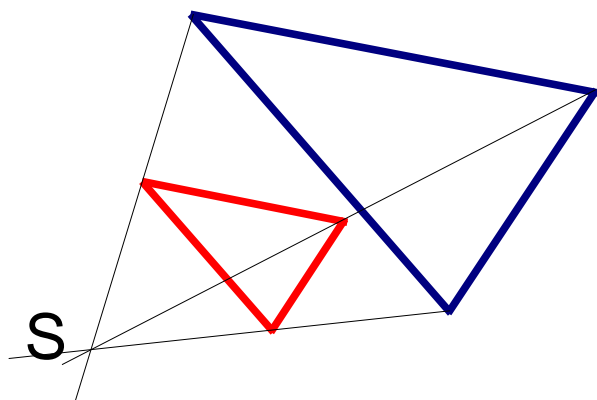
Vend én af trekanterne på hovedet. (Byt om på "op" og "ned".) Der skal stadig være 2 sider, der svarer til hinanden, som er parallelle.

Hvad sker der med omløbsretningen for den vendte trekant? Hvor mange par af parallelle linjer er der nu? Er svarene afhængige af, hvorledes trekkanterne er tegne?

Undersøg også betydningen af, at den ene trekant roteres 180° .

2. del

For en af placeringer af trekkanterne tegnes linjer gennem A og A' hhv.



B og B'. Skæringspunktet kaldes S. Endelig tegnes linjen gennem C og C'.

Hvad observeres? Er det tilfældigt? Gælder det altid?

Gentag eksperimentet efter at have roteret den ene trekant 180° ?

Hvilken forskel er der?

3. del

For en tilfældigt valgt placering af trekkanterne med samme omløbsretning tegnes en linje l gennem S, som ikke skærer nogen af trekkanternes sider. Afstandene fra punkterne A og A' til l findes: $afstand_A$ hhv. $afstand_{A'}$. Tilsvarende findes afstande fra de øvrige punkter.

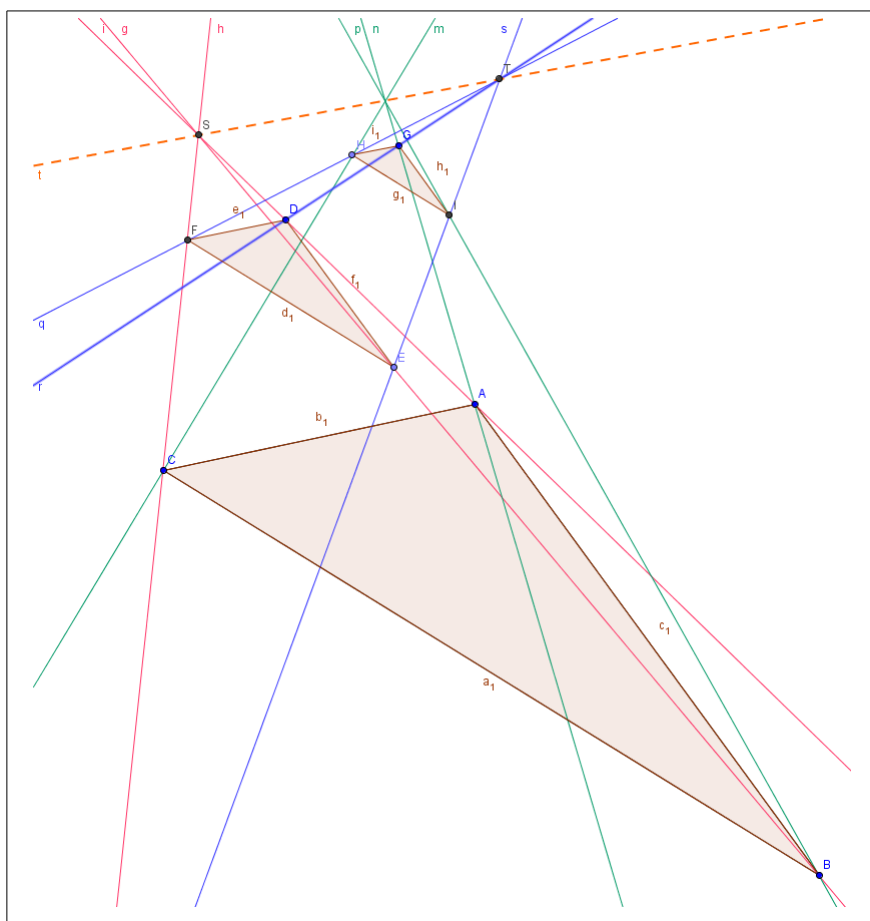
Beregn kvotienterne $afstand_{A'}/afstand_A$ og de to tilsvarende. Hvad bemærkes? Hvad sker der, hvis forsøget gentages med en ny linje gennem S?

4. del

Tegn en tredje trekant $A''B''C''$ ligedannet med en af de to første, klip den ud og placer dem alle tre således, at gælder for alle

- at sider, der svarer til hinanden, er parallelle
- at alle tre har samme omløbsretning

For hvert af de tre par af trekanter, der kan dannes, findes skæringspunkter som i 2. del. Kald dem S , S' og S'' . Hvad bemærkes? Var det tilfældigt?



5. del

Hvilke muligheder er der for at generalisere de fundne sammenhænge?

Materialer

- Dr. Friedrich Reidt: "Die Elementhe der Mathematik – Ein Hülfsbuch", Zweiter Teil (Planimetrie), Fünfte auflage, Berlin 1881
- Tilsvarende eksperimenter på PC: mimimi.dk/XM/trekanter
- Kildekode (GeoGebra) samme sted

Bemærkninger

Det er muligt at beskære opgaven, ligesom de formelle beviser kan inddrages i det omfang, man ønsker.

Minimer kabellængden

Ib Michelsen

VUC Skive-Viborg

ib.michelsen@mimimi.dk

Geometri C

2 – 6 timer

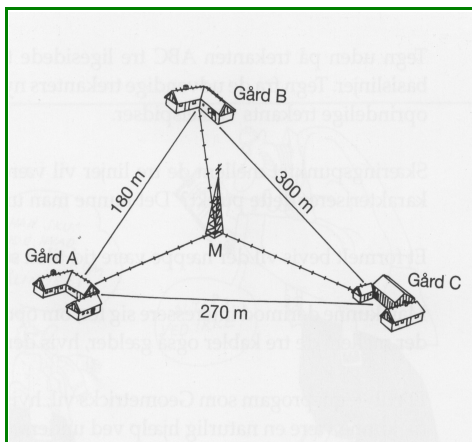
Faglige mål

- Pythagoras sætning
- Keglesnit – geometriske steder
- Anvendelse af regneark
- Anvendelse af IT-værktøj
- Geometriske konstruktioner af trekanter, cirkler og ellipser
- Funktion af 2 variable, niveaulinjer
- Nødvendig eller tilstrækkelig betingelse
- Generalisering af sætninger

Beskrivelse

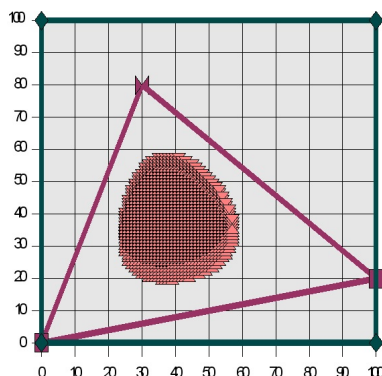
Opgaven består i at minimere den samlede kabellængde fra masten M til gårdene A, B og C. Eleverne løser opgaven med et regneark, som for en given trekant viser løsningsmængden til uligheden:

$$\text{samlet kabellængde} < k$$

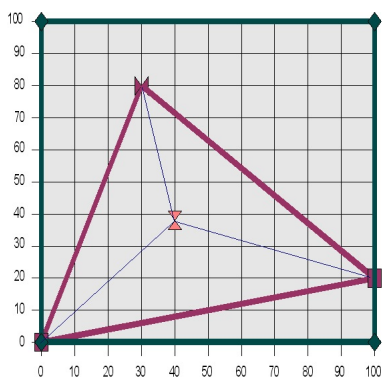


hvor k er elevens forslag.

Elevens arbejde her er udelukkende at definere trekantens hjørner (med koordinater) og gætte på en rimelig værdi for k . Der gættes igen og igen indtil den optimale løsning for en given trekant er identificeret. Ved at gentage proceduren for nye trekanter og hver gang indtegne løsningen (dvs. punkt og kabler), kan der findes et mønster.



Fortsæt eksperimenterne ved at benytte et givet gæt af k – gerne for stort. Opdel det tilsvarende linjestykke i to: et med længden r , der benyttes som radius i en cirkel med trekantens ene hjørne som centrum og et andet med længden b , der benyttes som brændstrålernes sum i en ellipse, der har de to andre hjørner som brændpunkter. Ideen med eksperimenterne er at finde nødvendige betingelser for et optimum, der svarer til det før fundne mønster.

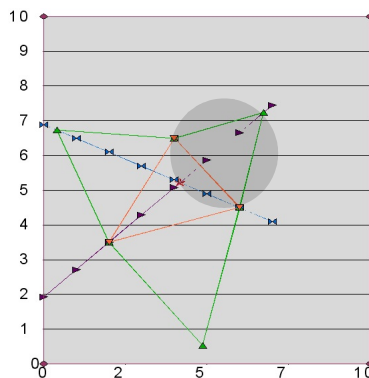


Endelig kan eleverne tegne omskrevne cirkler til de tre ligesidede trekanter (der kan tegnes på den oprindelige trekants sider): hvorfor

skærer de hver gang hinanden i
ét punkt og hvilket punkt er det?

Materialer

- Præsentation af opgave i mimimi.dk/xm/kabler
- [Regneark](http://regneark.com) til elevers eksperimenter samme sted
- Kilde (en tilfældig) til Jacob Steiner-problemet: <http://www.triz-journal.com/archives/2006/06/08.pdf> (Se siderne 4 – 5 med forslag til løsning af ovenstående problem med sæbevand og plexiglas).



Bemærkninger

Det er muligt at beskære opgaven, ligesom de formelle beviser kan inddrages i det omfang, man ønsker. Sætninger om ellipsen kan næppe forudsættes bekendt.

Funktioners parametre

Ib Michelsen

VUC Skive-Viborg

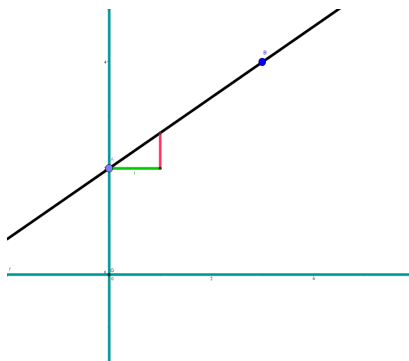
ib.michelsen@mimimi.dk

Funktioner C

1 time

Faglige mål

- Gennem eksperimenter erfare sammenhængen mellem graf og parameter



Beskrivelse

Med programmet Geogebra er der lavet en hjemmeside; eleven arbejder fra en PC med en browser (og uden andet programmel) og flytter punkter med en mus. På denne måde kan eleverne flytte med grafer, idet graferne (i disse eksempler) altid går igennem punkterne.

Samtidig kan parametrene værdi aflæses i algebravinduet. For den lineære funktion er det bl.a. også vist, hvorledes linjestykket svarende til hældningskoefficienten ændrer sig, når hældningen ændres.

På hjemmesiden er der instruktioner, spørgsmål og knapper, der kan benyttes til hjælp og svar. Opgaverne er ikke gennemarbejdede, men antyder mulighederne.

Materialer

- Den rette linje: mimimi.dk/XM/parametre
- [Parablen](#)- Den hurtige version (samme link)

- <http://www.geogebra.org/cms/> - programmet GeoGebra's hjemmeside (til download af program, information mv.)

Bemærkninger

Eksemplerne kunne lige så godt have taget udgangspunkt i andre funktioner: harmoniske svingninger er et oplagt eksempel.

Udover en PC med almindeligt udstyr, har læreren ikke brug for andet end programmet GeoGebra, der er et gratis program. Det kan frit hentes på nettet (se link herover.)

Ambitionsniveauet kan være forskelligt:

Den nemme løsning er at producere en eller flere tegninger, funktioner og lignende med programmet GeoGebra og lade programmet producere (eksportere) hjemmesiderne. Det er meget hurtigt og kan laves på få minutter (eller mere :-)

En lidt mere ambitiøs tilgang er, at integrere siden i en større hjemmeside (som i et af de viste eksempler.) Det giver mulighed for det samme sted at skabe interaktion mellem elev og materiale: Gør det – handling. Spørgsmål – svar. Hjælp mig – hjælp.

Jeg medgiver gerne, at den viste interaktion er ret primitiv, men vil mene, at alene med den teknik er der betydelige muligheder for at raffinere "samtalen". Tidsforbruget har nu typisk et omfang af timer. Og der kræves stort set ingen viden om programmering.

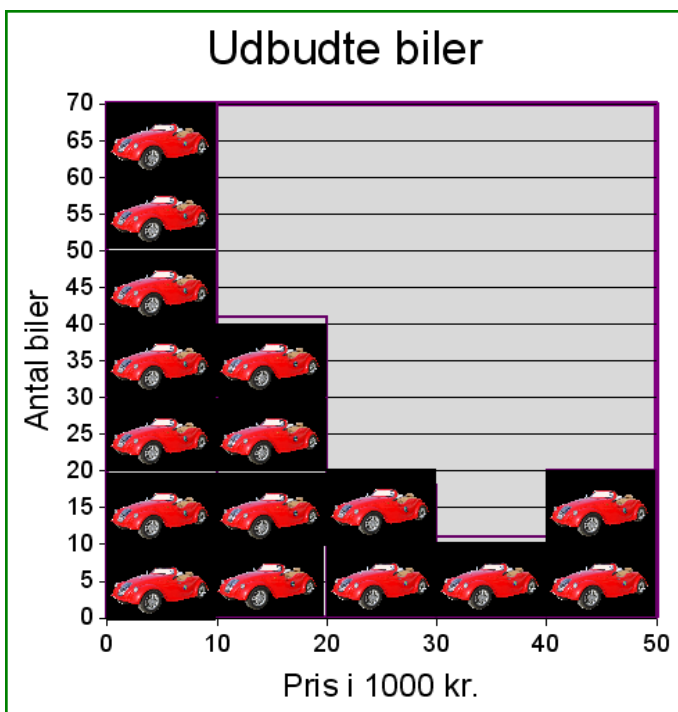
For den meget ambitiøse vil der være mulighed for – fra en sådan hjemmeside – at informationer og instrukser og spørgsmål ikke læses, men høres (sic!) og at ikke kun eleven kender elevreaktionen, men at der opsamles statistiske informationer og / eller elevrapporter.

Bilstatistik

Ib Michelsen

VUC Skive-Viborg

ib.michelsen@mimimi.dk



Statistik C

2 - 6 timer

Faglige mål

- Kendskab til statistiske deskriptorer og variable
- Indtegning og aflæsning af tendenslinjer
- Betydningen af andre forklarende variable

Beskrivelse

I første omgang er opgaven en traditionel opgave, der går ud på at beskrive, hvorledes priserne på en nærmere defineret stikpøve fra en bilpopulation fordeler sig.

I anden omgang kan eleverne formulere og teste hypoteser om sammenhængen mellem bilens alder, km-tal o.l. - og bilprisen.

I tredje omgang inddeler eleverne materialet i mindre dele (fx efter bilmærke eller bilmærke og alder) – og vurderer derefter:

- om en ændring fra én heterogen bilpopulation til en gruppe af mere homogene delpopulationer medfører en bedre samlet beskrivelse?
- hvor godt kan man få hele populationen beskrevet ved sådanne opdelinger?
- og hvor robust bliver modellen ved opdelingen?

Materialer

- Statistikprogram eller regneark
- <http://www.dba.dk/> (Link til Den Blå Avis)
- <http://www.bilbasen.dk/>

Bemærkninger

Data kan selvfølgelig også findes mange andre steder – både i aviser, hos forhandlere og andre steder på nettet. Ofte kan der trækkes data direkte fra bildatabaserne - ud over data om den enkelte bil.