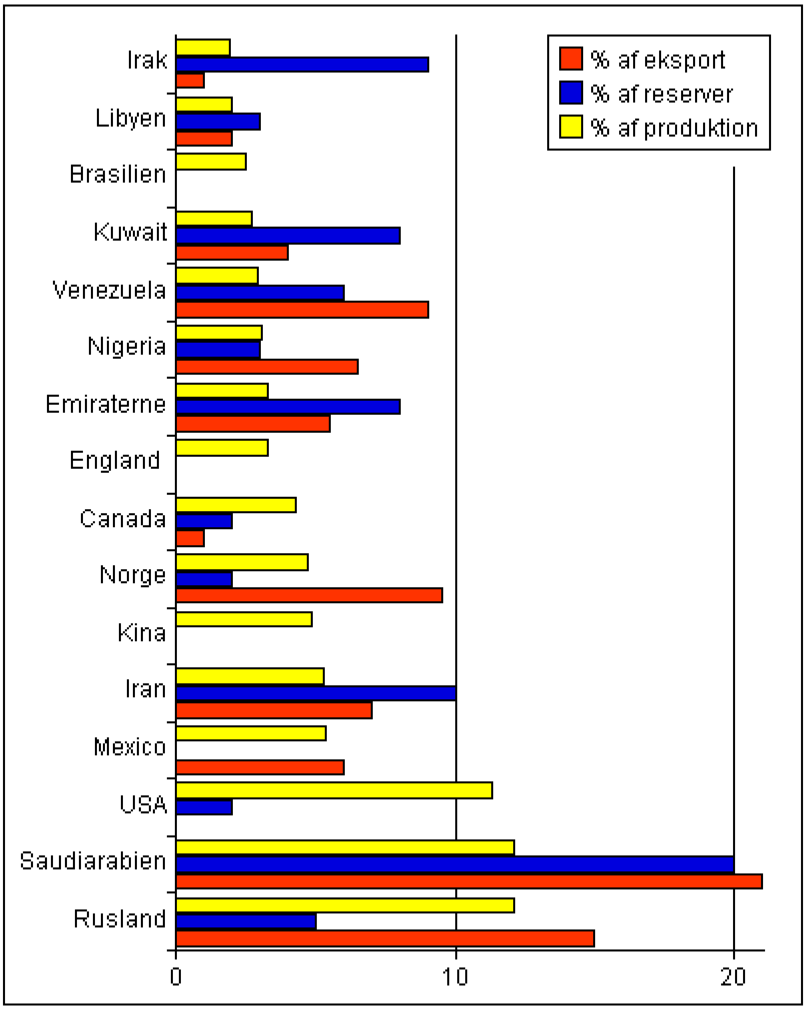
Diverse

Ib Michelsen



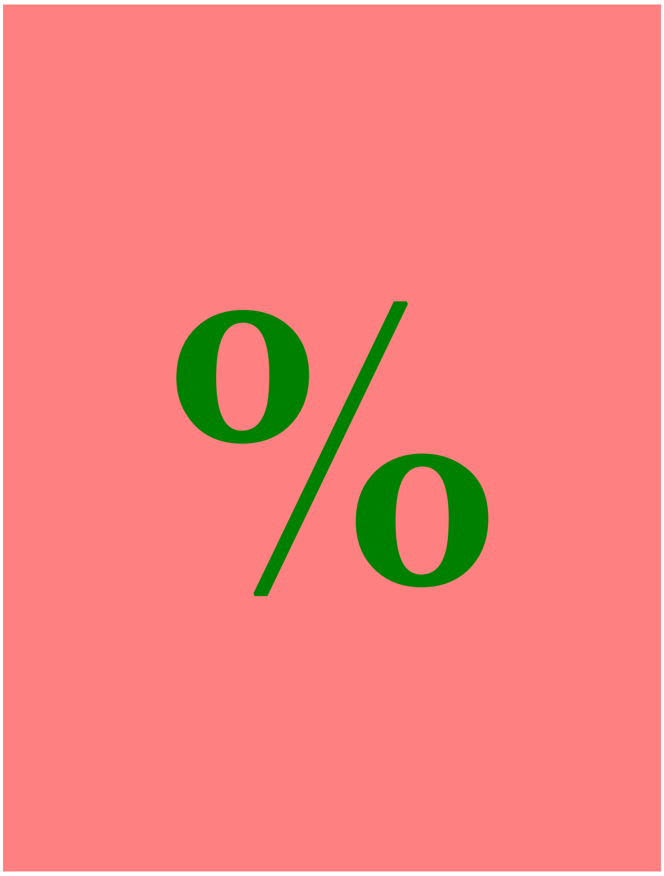
Ikast 2008

Forsidebilledet

http://www.samtid.dk/avisen/billede.php?billedenr=69

Version: 0.02 (2-1-2009)

Indholdsfortegnelse



Regning med procent og indeks

Indledning

Procent-tal og indeks-tal benyttes ofte: i dagligdagen, i forretningslivet, i det offentlige liv - kort sagt: alle steder.

- Skal vi dele fifty - fifty?
- Hun arvede 20 % af formuen
- Prisen er nedsat med 60 %
- Marginalskatten er 66 %
- Lønindekset steg i 10-året lidt mere end forbrugerprisindekset
- Nettovægten udgjorde 88 % af bruttovægten
- Renten er 5,6 % p.a.
- Vægttabet udgjorde 30 % af den oprindelige vægt

I alle disse tilfælde er der tale om, at vi måler det samme med 2 skalaer: én, hvor den undesøgte størrelse måles i kroner eller kg eller meter osv. og en anden, hvor der tales om procent (eller indekstal.). Grunden til, at der benyttes en ny skala, er at gøre det nemmere at sammenligne størrelser som fx.

- rentebeløb for kapitaler af forskellig størrelse,
- lønforhøjelse med samtidige prisforhøjelser,
- vægttab for personer med forskellig startvægt osv.

Procent

betyder: pr. hundrede.

Den størrelse, der anvendes som *udgangspunkt*, sættes til 100 %. Der arbejdes nu med to skalaer til at måle det samme. Tager man dobbelt så meget i følge den ene skala gælder det også for den anden skala. Og det gælder for enhver faktor - og lige meget hvilken af de to skalaer, der benyttes.

- Undersøg det på http://pc-p4.mimimi.dk/c/procentOevelse.html

I stedet for at indføre en lang række formler til beregning, anvendes her kun denne simple observation: at den samme faktor kan anvendes på begge skalaer.

Beregn lønforhøjelsen

Som et eksempel oplyses, at Signe Jensen , der tjener 22.000 kr. pr. måned, får en lønforhøjelse på 5 % (underforstået af den tidligere løn.) Beregn lønforhøjelsen.

Tekst	*Kroner*	*Procent*
Løn	22.000	
Lønforhøjelse		5%

Rutinemæssigt udfyldes et skema som ovenstående med 3 kolonner: en (beskrivende) tekst, størrelsernes værdi (for så vidt de er kendt) med anvendelse af en skala med kroner som her eller kg eller ... og til sidst procentkolonnen.

Det er underforstået, at lønforhøjelsen beregnes som 5 % af den oprindelige løn; dvs. at den manglende procent er 100 %. Skriv det tal ind i tabellen!

Nu kendes forholdet mellem lønforhøjelse og løn; ved hjælp af procenttallene fås:

k = 5 / 100

Denne faktor kan også benyttes i kolonnen med kroner, således at:

Lønforhøjelsen = 22000*k = 22000*5/100 = 1100

Lønforhøjelsen = 1100 kr.

Skriv også det tal ind i tabellen!

Hvis vi havde kendt lønforhøjelsen, men ikke den oprindelige løn, kunne lønnen være beregnet som

Løn = 1100/k;

vi kan finde en faktor, der gælder i begge kolonner, når vi "bevæger" os i samme retning, men som vi dividerer med, når vi bevæger os i modsatte retninger. En simpel kontrol siger, at store kronetal svarer til store procenttal, små kronetal svarer til små procenttal.

Beregn rabatten

I Damernes Magasin gives der nu 40 % rabat på sommerkjolerne. Fx koster en blåprikket kjole kun 180 kr. på udsalget efter at rabtten er trukket fra. Hvor stor er rabatten? og den oprindelige pris?

Tekst	*Kroner*	*Procent*
Oprindelig pris		
- Rabat		40%
Udsalgspris	180	

Igen er det vigtigt at gøre sig klart, hvilke størrelser der indgår og hvad der oplyses. Er kjolen nedsat **med** 40 % eller **til** 40 %. Det er ikke det samme. (Hvad gælder her?)

Hvor skal der stå 100 %? det er jo ikke oplyst, men det er underforstået, at procent beregnes af den oprindelige pris. Derfor udfylder du procentkolonnen øverst med 100 % og nederst med 60 %.

Forholdet mellem udsalgspris og rabat er (med tal fra procentkolonnen)

k = 60 / 40;

derfor beregnes rabatten som:

Rabat = 180 / k = 180 / (60 / 40) = 120

Rabat = 120 kr.

Den oprindelige pris kan findes på tilsvarende måde eller som:

Oprindelig pris = Udsalgspris + rabat

Oprindelig pris = 180 + 120 = 300

Oprindelig pris = 300 kr.

Indekstal

Når man vil beskrive et tidsmæssigt forløb bruges ofte indekstal.

Eksempler kunne være:

- forbrugerpriser
- lønindeks
- omsætning i et privat firma
- befolkningens størrelse
- ...

Som et eksempel vises herunder: BYG5X:

Reguleringsindeks for boligbyggeri

År	1987 (jan)	1993	1994	1995	1996	1997
Regulerings-indeks	100	130	133	138	142	146
År		1998	1999	2000	2001	2002
Regulerings-indeks		150	156	158,8	164,7	168,2

Kilde: Danmarks Statistik[1]

Reguleringsindekset for boligbyggeri har til formål at belyse udviklingen i byggeomkostningerne fordelt på materiale- og lønomkostninger. Reguleringsindekset for boligbyggeri afløste i 1989 to byggeomkostningsindeks for henholdsvis et enfamiliehus og en montagebygget etageejendom.
Beregningen af byggeomkostningsindekset blev indledt i 1920.

For dette reguleringsindeks er 1987 benyttet som *basisår*.

For hvert år i serien fra 1987 til 2002 er byggeomkostningerne opgjort og derefter beregnet som en procent af byggeomkostningerne i basisåret (*basisbyggeomkostningerne*). Derfor er indeks for et basisår pr. definition 100. I forbindelse med indekstal anføres procenttegnet ikke.

Beregning af indeks (eller omkostninger) forløber som nævnt under procentberegning.

- Beregn: a) 35 % af 150 kg b) 205 % af 30.000 kr c) 0,5% af 30 ml
- Find hele størrelsen når d) 40 % = 200 hl e) 105 % = 21.000 kr f) 16,1 % = 2,9
- Hvor mange procent udgør g) 35 kr. af 140 kr? h) 5 æbler af 10 æbler?
- i) En nederdel kostede før 985 kr, men blev nedst til 285 kr. Hvor mange procent er nedsættelsen på?
- j) En pakke vejer brutto 28 kg; tara udgør 5 %. Hvad er nettovægten?
- k) Udfyld tabellen herunder. Den viser nogle indekstal hhv månedlønninger for kvindelige funktionærer uden ledelsesansvar.

År	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Indeks	100				116,3	120,3	124,4	128
Månedsløn	23716	25418	26121	27437				

(Kilde: Danmarks Statistik
(http://www.statistikbanken.dk/statbank5a/default.asp?w=1280)

1 http://www.statistikbanken.dk/statbank5a/default.asp?w=1280

Basal Algebra

$$\frac{a^2+b^2+2\cdot a\cdot b}{a^2-b^2}$$

18 vigtige sætninger

Sætning 1: Addendernes orden

Addendernes orden er ligegyldig.

$$a + b = b + a$$

Sætning 2: Plusparenteser

Plusparenteser kan hæves og sættes, som man har lyst.

$$a + (b+c) = (a+b) + c= a + b + c$$

Sætning 3: Minusparenteser

Man hæver en minusparentes ved at ændre fortegnet på de led, der står i parentesen.[2]

$$a - (b+c-d) = a - b - c + d$$

Sætning 4: Faktorernes orden

Faktorernes orden er ligegyldig: [3]

$$ab = ba$$

Sætning 5: Gange ind i en parentes

Man kan gange ind i en parentes med et tal ved at gange hvert led i parentesen med tallet. [4]

$$a(b + c) = ab + ac$$

Sætning 6: Gange parentes med parentes

Man kan gange flerleddede størrelser sammen ved at gange hvert led i den ene med hvert led i den anden. [5]

$$(a+b)(c+d-e) = ac + ad - ae + bc + bd - be$$

---

2 Det svarer til at gange alle led (tal adskilt af + og -)med (-1).

3 Bemærk det usynlige gangetegn mellem faktorerne, dvs. de tal, der skal ganges med hinanden.

4 Husk forklaringen med kurve: æbler og pærer :-)

5 Husk: hvordan beegnes arealet af en mark .... Tegn den. Opdel den. Beregn delarealer.

Sætning 7: Kvadratet på en toleddet størrelse

Kvadratet på en toleddet størrelse er kvadratet på det første led plus kvadratet på det andet led plus eller minus det dobbelte produkt.

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$
$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

Sætning 8: To tals sum gange de samme tals differens

To tals sum gange de samme tals differens er lig med kvadratet på det første led minus kvadratet på det andet led.

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Sætning 9: Gangeparenteser

Ved multiplikation kan man hæve og sætte parenteser, som man har lyst.

$$a(bc) = (ab)c = abc$$

Sætning 10: Brøk gange tal

Man kan gange en brøk med et tal ved at gange tælleren med tallet og beholde nævneren.

$$\frac{a}{b} * c = \frac{a * c}{b}$$

Sætning 11: Brøk gange brøk

Man kan gange to brøker med hinanden ved at gange tæller med tæller og nævner med nævner.

$$\frac{a}{b} * \frac{c}{d} = \frac{a * c}{b * d}$$

Sætning 12: Forlænge brøk

Man kan forlænge en brøk med et tal ved at gange i tæller og nævner med tallet.

$$\frac{a}{b} = \frac{a * x}{b * x}$$

Sætning 13: Dele med brøk

Man dividerer et tal med en brøk ved at gange med den omvendte brøk.

$$a : \frac{b}{c} = a * \frac{c}{b}$$

Sætning 14: Dele brøk med tal

Man dividerer en brøk med et tal ved at gange brøkens nævner med tallet og beholde tælleren.

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b * c}$$

Sætning 15: Dele brøk med tal

Man kan dividere en brøk med et tal ved at dividere brøkens tæller med tallet og beholde nævneren.

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a : c}{b}$$

Sætning 16: Dele en flerleddet størrelse

Man kan dividere en flerleddet størrelse med et tal ved at dividere hvert led med tallet.

$$\frac{a + b - c}{q} = \frac{a}{q} + \frac{b}{q} - \frac{c}{q}$$

Sætning 17: Dele produkt med tal

Man kan dividere et produkt med et tal ved at dividere én af faktorerne med tallet.

$$(ab):c = \frac{a}{c} * b = a * \frac{b}{c}$$

Sætning 18: Forkorte en brøk

Man kan forkorte en brøk med et tal ved at dividere i tæller og nævner med tallet.

$$\frac{a}{b} = \frac{a : t}{b : t}$$

- Lav 18 eksempler – et for hver regel – der kan vise, hvad sætningen går ud på, hvordan den benyttes og at den giver et fornuftigt resultat.
- Dine forklarende kommentarer er en del af besvarelsen.

Potensenser

$$a^n$$

Definition af en potens I

$$a^n$$

kaldes en potens. a kaldes grundtallet og n kaldes eksponenten.
Hvis a er et reelt tal og n et helt positivt tal, er potensen et reelt tal, der beregnes:
$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot .... \cdot a \cdot a$
hvor der er n faktorer på højre side.

For at definitionen skal være en definition, må vi selvfølgelig præcisere, hvad a og n er – og hvad potensen er.
For at forstå potensbegrebet, defineres det i flere omgange; denne første er den intuitivt letforståelige.

I det følgende bruges ikke lommeregner: Hvis ikke andet nævnes, er svarene i øvelserne en eller anden potens.
Løsningsmetoden er: skriv udtrykket, omskriv det ved hjælp af definitionen, brug evt. almindelige regneregler og brug så definitionen igen for pány at skrive svaret som en potens (eller evt. et udtryk, hvori der indgår en potens).

Øvelse 1

- Omskriv udtrykkene herunder:

$7^2 \cdot 7^3 =$	$a^2 \cdot a^3 / a^4 =$
$a^2 \cdot a^3 =$	$a^2 \cdot a^3 / b =$
$a^2 \cdot b \cdot a^3 =$	$2^2 \cdot 2^3 =$
$a^2 \cdot a =$	$4^2 \cdot 2^3 =$
$a^7 / a^3 =$	$a^7 / a^7 =$
$a^2 \cdot a^3 \cdot a^3 =$	$a^2 / a^3 =$

Regler for produkter og kvotienter

Produktet $a^n \cdot a^m$
Du har et produkt af to potenser. Begge har samme grundtal. Resultatet bliver en potens med samme grundtal - her a - og en ny eksponent - her $n + m$.

Kvotienten a^n / a^m
Du har en kvotient med to potenser. Begge har samme grundtal. Resultatet bliver en potens med samme grundtal - her *a* - og en ny eksponent - her *n* - *m*.[6]

Bemærkninger

I øvelse 1 beregnede du a^7 / a^7 og fik forhåbentlig svaret "1".
Hvis der ikke havde stået 7 som eksponent men 113 eller 2 eller hvad som helst: svaret er det samme. Når dividend og divisor er ens, er svaret (kvotienten) altid 1.
Du har også set, at for en kvotient kan man finde den nye eksponent som "n-m".
Kontroller det! Det forudsætter – indtil nu - at n>m.
Men hvis de er lige store (dvs. n=m), ved vi at svaret er "1" og at "n-m = 0"
a^0 har indtil nu ingen mening, men det ses, at hvis potensen defineres som $a^0 = 1$, passer vore regneregler stadig.
Du beregnede også $a^2 / a^3 = 1 / a^1 = 1 / a$; havde vi brugt regnereglerne ovenover, var eksponenten blevet
"2-3=-1"
Det har heller ikke nogen mening som eksponent – indtil nu - men definerer vi eksempelvis $1 / a^1 = a^{-1}$ får det mening og vore regneregler stemmer.
Derfor kan definitionen af en potens udvides:

Definition af en potens II

$$a^n$$

kaldes en potens. a kaldes grundtallet og n kaldes eksponenten.
Hvis a er et reelt tal og n et helt positivt tal, er potensen et reelt tal, der beregnes:
$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot .... \cdot a \cdot a$
hvor der er n faktorer på højre side.
$a^0 = 1$
Hvis n er et helt negativt tal, defineres
$a^n = 1 / a^{-n}$.
Bemærk, at (-n) på højresiden er et helt positivt tal, og at højresiden derfor kan beregnes med den hidtidige definition.

6 Overbevis dig selv om, at disse to regler er rigtige...

Øvelse 2

- Kontroller på din lommeregner, at følgende ligninger er rigtige:
  $3{,}72^0 = 1$ og $3{,}72^5 = 1/3{,}72^{-5}$
- Prøv også med andre potenser med andre grundtal og andre eksponenter.

Bemærkninger

Et udtryk som $(a \cdot a) \cdot (a \cdot a) \cdot (a \cdot a) \cdot (a \cdot a)$ kan naturligvis skrives både som
$a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$ (ifølge regler om gangeparenteser)
og som
$(a^2)^4$ (ifølge definition af potenser), hvoraf ses, at
$(a^2)^4 = a^8$

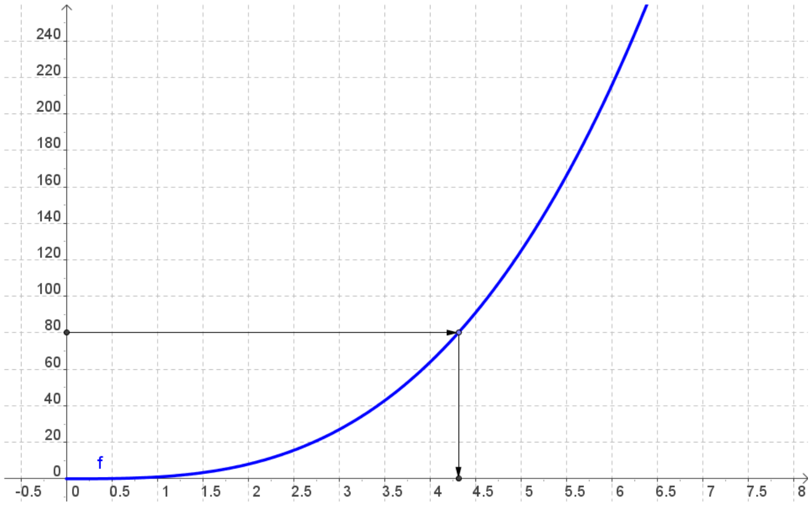
Øvelse 3

- Omskriv følgende potenser til lettere læselige (enklere) potenser:

$(7^2)^3 =$	$2^2/2^3 =$
$7^{(2^3)} =$	$4^2 \cdot 2^3 =$
$(a^2 \cdot a^3)^4 =$	$4 \cdot 2 \cdot 2^3 =$
$a^2 \cdot a^{(3^4)} =$	$((4^2)^2)^3 =$
$(a^2/b)^3 =$	$4^{(2 \cdot 2^3)} =$
$a^2 \cdot a/(a+b) =$	$4^{((2 \cdot 2)^3)} =$
$a^7/b^7 =$	$a^2/(1/a^3) =$
$(a^2 - b^2)/(a+b) =$	

- Er der nogen af parenteserne, der kunne undværes?

Funktionen $f(x) = x^3$



Hvis du følger pilen fra y-værdien 80 til grafen og videre til x-aksen på den figuren fås værdien 4,3 (afrundet.) Hvis du følger samme pil modsat, finder du y-værdien $4{,}3^3 = 80$.
Tallet 4,3 er et eksempel på "at finde den 3. rod", her af 80, det vil sige det tal, der opløftet i tredie giver 80.
Det skrives traditionelt:

$$\sqrt[3]{80} = 4{,}3$$

Vi vil nu også indføre en potensbetegnelse for roden; i tilfældet her:

$$80^{\frac{1}{3}} = 4{,}3$$

Venstre side er ikke defineret endnu, men benyttes regnereglerne, ses det nemt, at

$$(80^{\frac{1}{3}})^3 = 80^{(\frac{1}{3}3)} = 80^1 = 80$$

Det vil sige, at benyttes regnereglerne for potenser på $80^{\frac{1}{3}}$
fås nøjagtig de samme resultater, som vi havde fået med
$\sqrt[3]{80}$
Derfor udvides definitionen for potenser til også at omfatte positive brøker:

$$80^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{80}$$

og for eksempel

$$(80^{\frac{1}{3}})^2 = 80^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{80})^2$$

Helt generelt kan det skrives som følgende:

Definition af en potens III

$$a^n$$

kaldes en potens. a kaldes grundtallet og n kaldes eksponenten.
Hvis a er et reelt tal og n et helt positivt tal, er potensen et reelt tal, der beregnes:

- $a^n = a \cdot a \cdot a \cdot .... \cdot a \cdot a$

hvor der er n faktorer på højre side.

- $a^0 = 1$

Hvis n er et helt negativt tal, defineres

- $a^n = 1/a^{-n}$

Bemærk, at (-n) på højresiden er et helt positivt tal, og at højresiden derfor kan beregnes med den hidtidige definition.
Hvis n er en positiv brøk p/q (fra mængden Q) og a et positivt reelt tal, defineres:

- $a^{\frac{p}{q}} = (\sqrt[q]{a})^p$

Hvis n er en negativ brøk p/q (fra mængden Q) og a et positivt reelt tal, defineres:

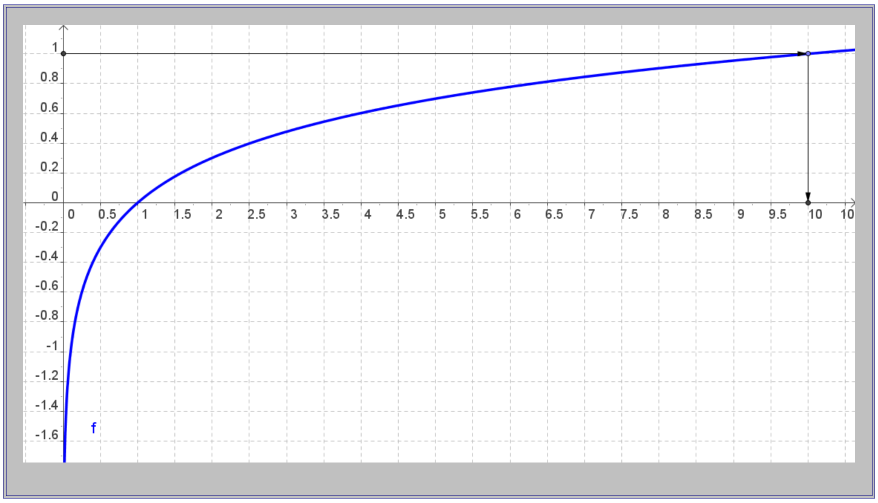
- $a^{\frac{p}{q}} = 1/a^{-\frac{p}{q}}$

Øvelse 4

- Omskriv følgende potenser til lettere læselige (enklere) potenser:
- Lav efterfølgende kontrol v.hj.a. lommeregner

$7^2 \cdot 7^{\frac{1}{2}} =$	$7^{2,8} : 7^{\frac{1}{2}} =$
$7^2 : 7^{\frac{1}{2}} =$	$7^{2,8} : 7^{\frac{1}{2}} \cdot 7^{1,4} =$
$(7^2)^{\frac{1}{2}} =$	$(a^{2,8} \cdot a^{3,4})^4 =$
$(7^2)^{\frac{3}{4}} =$	$a^2 \cdot (a^{3,1})^4 =$
$7^{2,8} \cdot 7^{-0,5} =$	$a^2 \cdot a^{(3,14)} =$
$7^{2,8} : 7^{\frac{1}{2}} =$	$a^{2,8} \cdot a^{3,4} \cdot a^{-3} : a^{2,5} =$

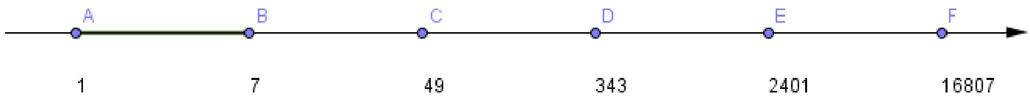
Logarimefunktionen log(x)



Den logaritmiske skala

På akserne i koordinatsystemet benyttes ofte "logaritmiske skalaer" i forbindelse med eksponentielle funktioner og potensfunktioner. Årsagen er, at graferne i så fald kan tegnes som rette linjer. Både x-akse og y-akse kan indrettes med en logaritmisk skala. at spare plads benyttes her kun vandrette akser i eksemplerne.

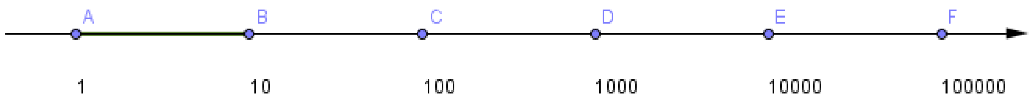
Eksempler på logaritmisk skalaer



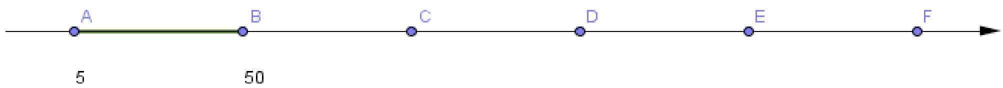
Ovenover er der vist et eksempel på en logaritmisk skala. Enheden på skalaen er 7. Afstanden mellem nabopunkterne er den samme: nemlig 7. Men bemærk forskellen fra den lineære skala: Bevæger du dig fra A til B har du ikke lagt 7 til; du har ganget med 7. Og går du den samme afstand fra B til C ganger du igen med 7.

- Punktet G følger efter F en enhed længere ude i pilens retning. Hvilken "x-værdi" har G?
- Punktet O kommer en enhed før A. Hvilken "x-værdi" har O på skalaen?

Den almindeligste logaritmiske skala har enheden 10. Enheden kaldes en dekade. Så ser aksen således ud:



Vi har ladet aksen begynde ved 1. Det kunne lige så godt have været 1000 eller 0,01. Og hvis papiret ikke er fortrykt, er der egentlig ingen begrænsninger



- Hvad er enheden her (dvs. det tal, der ganges med?)
- Skriv de manglende tal på aksen (med den logaritmiske skala)

Logaritmefunktionen log

Betragt funktionen $f(x) = 10^x$

Eksponenten	***x***	***0***	***1***	***2***	***3***	***4***
Potensen	***f(x)***	***1***	***10***	***100***	***1000***	***10.000***

Hvis vi bytter om på tabellens rækker, fås en ny funktion: den omvendte funktion. Denne funktion kaldes log(x) eller logaritmefunktionen. Da 10 er grundtallet i den benyttede potens, kaldes den (med en præcisere betegnelse) titalslogaritmen.[7]

log(x)

log(x) defineres som den omvendte funktion til $f(x) = 10^x$, hvor x er et positivt tal.

Potensen	***x***	***1***	***10***	***100***	***1000***	***10.000***
Eksponenten	***log(x)***	***0***	***1***	***2***	***3***	***4***

Fra potensregning ved vi, at

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

Dvs. at vi udfører en multiplikation (ganger) ved at addere (lægge sammen) eksponenterne. Er opgaven ikke formuleret som potensregning, kræver det dog følgende procedure:

- De to faktorer skal begge omskrives til potenser med samme grundtal
- Så adderes eksponenterne
- Endelig omskrives produktet fra potens til "almindeligt" tal

De to sidste trin kan du foretage uden videre; det første kræver lige lidt hjælp: logaritmefunktionen!

I princippet kunne vi vælge et hvilken som helst positivt tal som grundtal. I praksis står valget mellem 2,71828 [8] og 10. Vi vælger det sidste.

---

7 Bemærk, at der er defineret en funktion ved ombytning af rækkerne. For én bestemt potens y findes der nemlig kun én eksponent x således at $10^x = y$.

8 e = 2,71828. Vælges dette tal fås den naturlige logaritmefunktion: ln(x)

x	10^x
log(x)	x
0,000	1,00
0,025	1,06
0,050	1,12
0,075	1,19
0,100	
0,125	
0,150	
0,175	
0,200	
0,225	
0,250	
0,275	
0,300	
0,325	
0,350	
0,375	
0,400	
0,425	
0,450	
0,475	
0,500	
0,525	
0,550	
0,575	
0,600	
0,625	
0,650	
0,675	
0,700	
0,725	
0,750	
0,775	
0,800	
0,825	
0,850	
0,875	
0,900	
0,925	
0,950	
0,975	
1,000	10,00
1,025	10,59
1,050	11,22
1,075	11,89
1,100	12,59

Hvis opgaven er, at finde produktet: 10*100, gøres følgende (se "opskriften" ovenover):

- Omskrivning til potenser:
  - $10 = 10^1$
  - $100 = 10^2$
- $1+2 = 3$ eller $10^1 \cdot 10^2 = 10^{1+2} = 10^3$
- Omskrivning af potensen: $10^3 = 1000$

Lige netop for denne opgave er der ingen arbejdsmæssig besparelse, men da princippet kan anvendes på alle tal, har det været en enorm hjælp før lommeregneren... Lad os se hvordan:

Øvelse

- Beregn: 1,06*1,12 =

I det følgende benytter du tabellen til venstre. Bemærk, at der er to overskriftsrækker. Først benytter du 2. række.

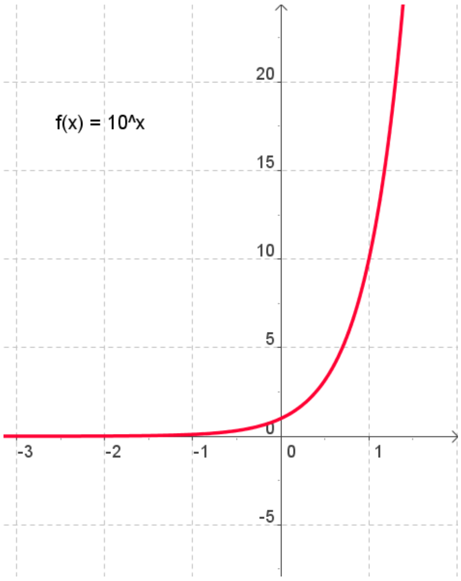
  - Find log(1,06) =
  - Find log(1,12) =
  - Find log(1,06) + log(1,12) =

Så benyttes tabellen med overskrifterne i 1. række

- Find potensen, der svarer til eksponenten 0,075
- Hvad har du netop vist?

- Udfyld med hjælp aflommeregneren tabellen ved siden af.
- Vis hvorledes du med tabellen kan beregne
  - 2*3
  - 3*3
  - Forklar, hvilket (lille) problem der er ved at benytte tabellen – og hvordan det løses.
- Bemærk, hvorledes tabellen slutter! Hvorledes vil den næste linje se ud? (Kan besvares uden lommeregner)

- Indtegn graferne for 10^x og log(x) i et alm. koordinatsystem på mm-papir. Vælg x-akse med tal fra -10 til +5, y-akse med tal fra -5 til 20. Benyt samme enhed på akserne.
- Kan du se et mønster for graferne??



Øvelse

- Vælg nogle vilkårlige tal som x og beregn:
  $\log(10^x)$
- Vælg nogle vilkårlige positive tal og beregn:
  $10^{\log(x)}$
- Forklar resultatet ved hjælp af figuren med grafen for $f(x) = 10^x$

Logaritmesætninger

I. $\log(a*b) = \log(a) + \log(b)$

II. $\log(a/b) = \log(a) / \log(b)$

III. $\log(a^x) = x*\log(a)$

Beviserne udelades, men de benytter regnereglerne for potenser.

Eksempel på løsning af ligning

$31^x = 22 \Leftrightarrow$

$\log(31^x) = \log(22) \Leftrightarrow$

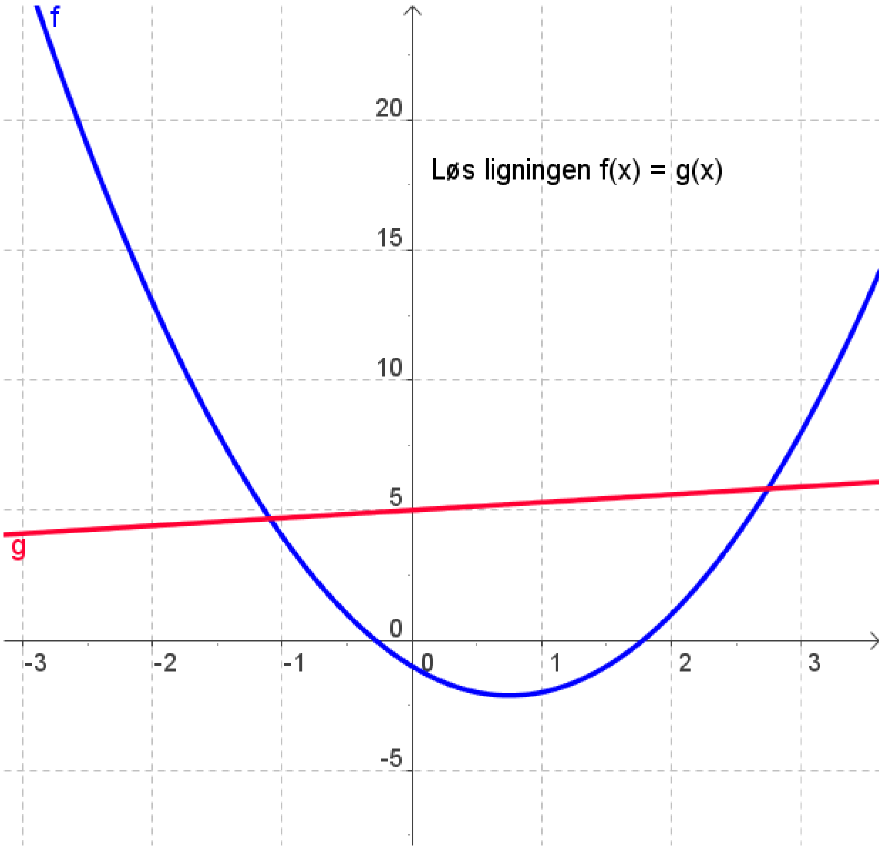
$x \cdot \log(31) = \log(22) \Leftrightarrow$

$x = \log(22)/\log(31) \Leftrightarrow$

$x = 0,900 = 0,90$

L = {0,90}

Ligninger



Hvad er en ligning?

Nogle typiske eksempler

a) $3x+4=10$
b) $2-(x+5)=3+x$
c) $5p+2=6-p$
d) $x^2=4$
e) $3*\sin(v)=1{,}5$
f) f(x) = g(x)

Det ses, at i eksemplerne er der altid:

- et lighedstegn ("=")
- et regneudtryk på hver side af lighedstegnet (kaldet hhv. venstre side og højre side)
- samt et bogstav (en "joker") - ofte x.

Opgaven: løs ligningen, går ud på, at finde alle de tal, der sat på jokerens plads, gør ligningen "sand", det vil sige, at venstre side og højre side giver samme resultat (men det er ligegyldigt hvilket.)

Typisk kaldes tallet man leder efter "x" (= den ubekendte, jokeren). Men det kan være et hvilkensomhelst bogstav. Også græske som α, β, ...,λ, ...Eller det kan være forkortelser som *BMI* eller hele ord som *vægt* og *højde*. For så vidt kunne det ligeså godt være en tom firkant ... Men benyt den almindelig sædvane: et bogstav ;-)

Mange ligninger har én løsning; det vil sige, at der er et tal, der gør ligningen sand og alle andre gør ligningen falsk.
Men der findes ligninger, der ingen løsninger har (0 løsninger) og der findes nogle der har 2, 3, 4, ..., ja der findes nogle, der har uendelig mange.

Øvelse 1

- Hvilke af tallene 1, 2 og 3 kan bruges som løsninger i ligningen:
  $3x-2=x+2$?
- Hvilke af tallene -1, 0, 1, 2, og 3 kan bruges som løsninger i ligningen:
  $x^2=1$
- Kan du finde en løsning til ligningen: ligningen:
  $x^2=-1$

Hvordan løses en ligning?

Man kan forestille sig, at venstre side og højre side er to vægtskåle med samme vægt: der vil alle operationer være tilladt, blot de ikke forrykker balancen. Man kan:

- addere (lægge) lige meget til begge sider
- subtrahere (trække) lige meget fra begge sider
- multiplicere (gange) begge sider med samme tal (dog ikke nul)
- dividere (dele) begge sider med samme tal (dog ikke nul)
- for enhver voksende eller aftagende funktion erstatte venstre side med funktionsværdien af venstresiden og tilsvarende for højresiden. [9]

I stedet for vægte kunne man tænke på skåle med samme værdier i begge skåle

Opstilling og løsning af ligning

2 - (x+5) = 3 + x ⇔	Minusparentes hæves
2 - x - 5 = 3 + x ⇔	Reducer
-3 - x = 3 + x ⇔	Adder x
-3 -x +x = 3 + x +x⇔	Reducer
-3 = 3 + 2x ⇔	Subtraher 3
-3 -3 = 3 + 2x -3	Reducer
-6 = 2x ⇔	Divider med 2
-6/2 = 2x/2 ⇔	Reducer
-3 = 1x ⇔	Skriv 1x som x
-3 = x	x=-3 eller -3= x kan være en måde at skrive løsningen på men ellers:
L = {-3}	L = {-3}

- Løs ligningen fra kapitlets forside: f(x) = g(x)

Bemærk,

- at man ofte kan "tegne" sig til en løsning
- at du altid bør gennemføre en form for kontrol af din løsning![10]

9 Det forudsættes, at funktionen er defineret for mulige værdier af venstreside hhv. højreside.
10 Prøv at kontrollere din løsningsmetode på http://pc-p4.mimimi.dk/xim/ligning/ligning.html