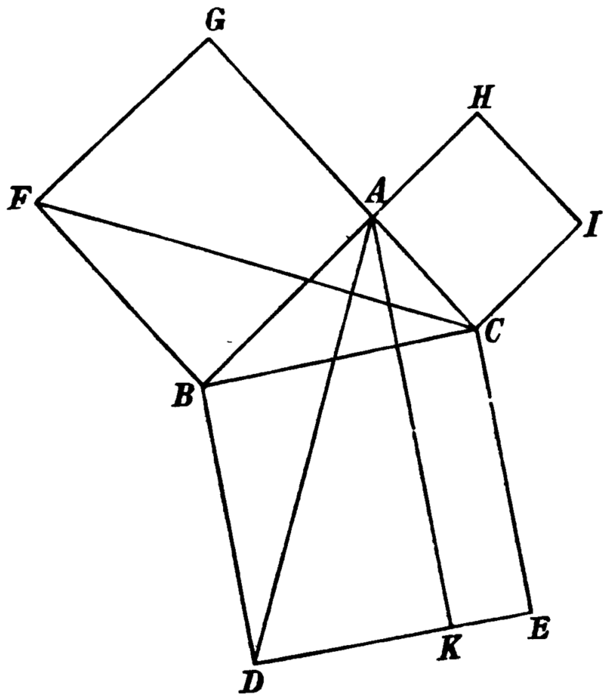
Euklids 1. bog

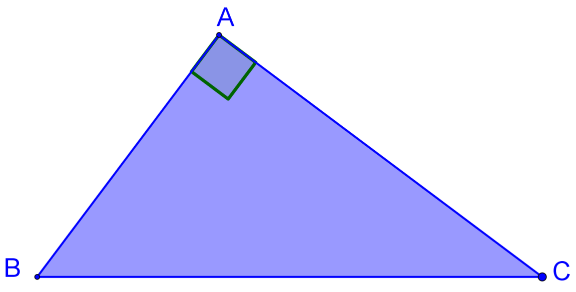
Sætning 47

47.

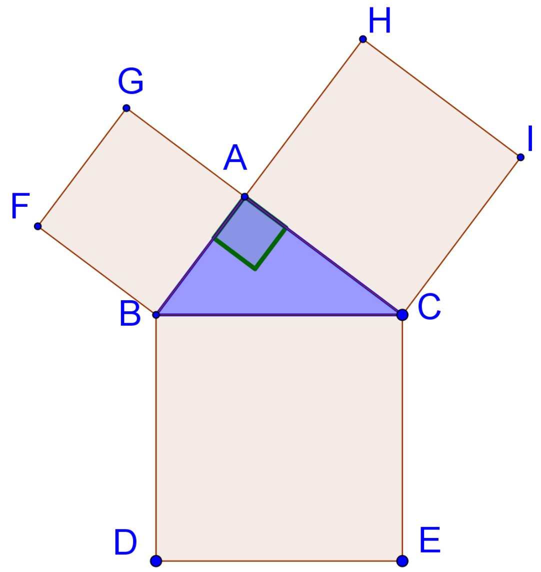
I en retvinklet Trekant er Kvadratet paa den Side, der ligger overfor den rette Vinkel, lig Summen af Kvadraterne paa de Sider, der indeslutte den rette Vinkel.



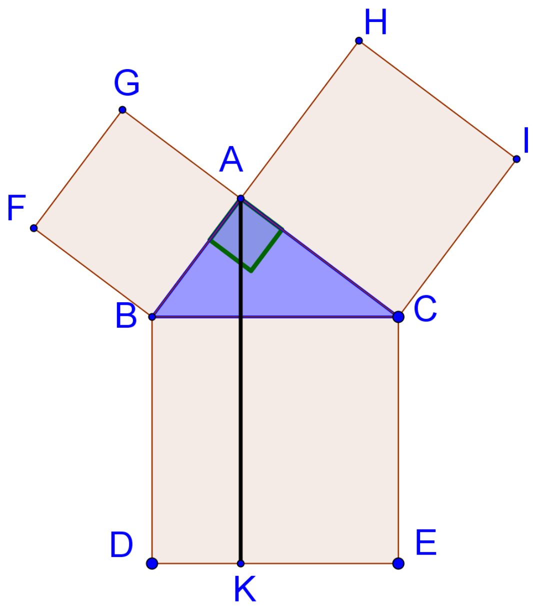
Ib Michelsen



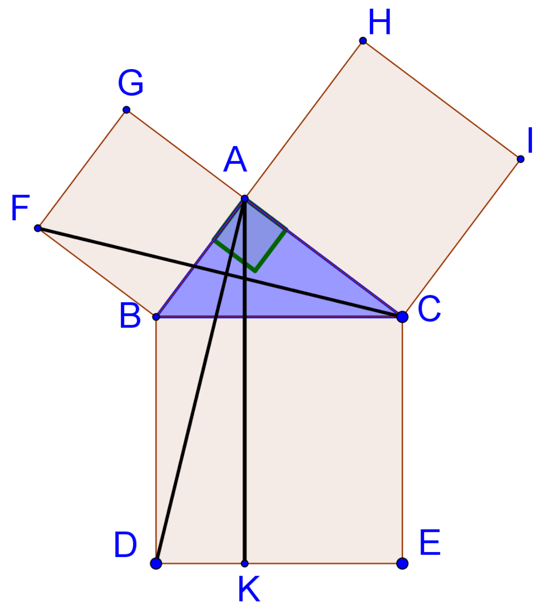
Lad der være givet en retvinklet trekant ABC, hvor vinklen BAC er ret.



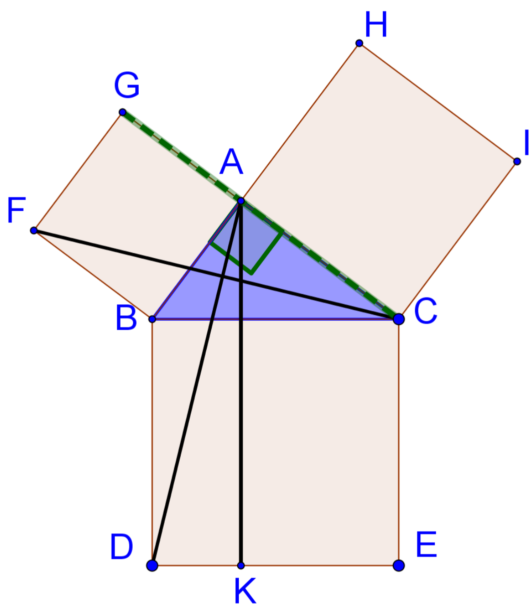
Tegn kvadraterne på hypotenusen og de to kateter. Det er muligt ifølge Sætning 46.



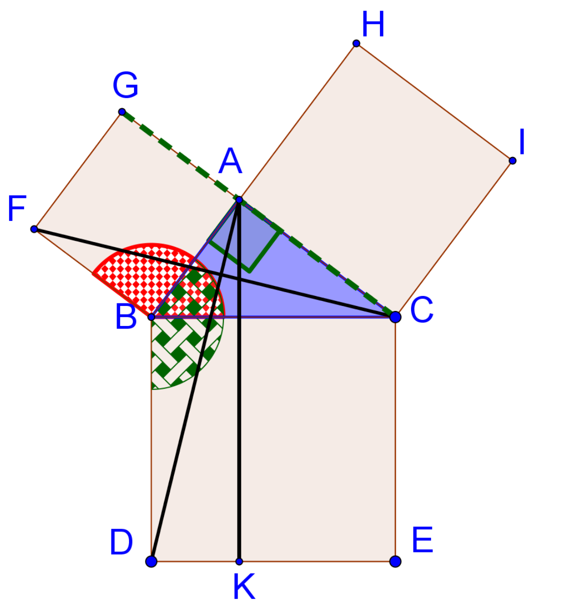
En linje gennem A parallel med BD tegnes. Muligt ifølge Sætning 31.



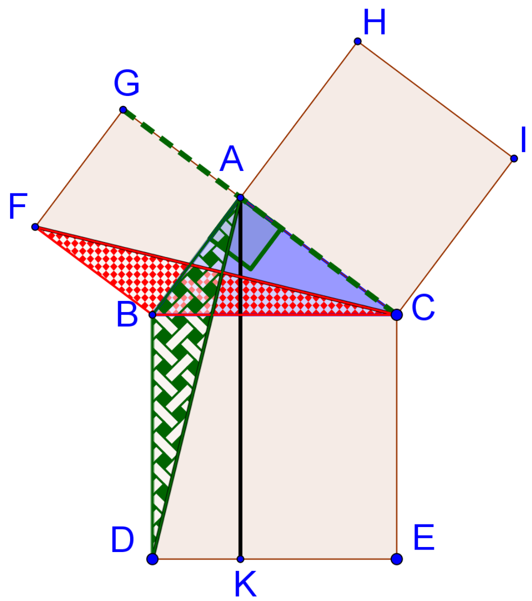
Tegn linjestykkerne DA og FC. Muligt ifølge Forudsætning 1.



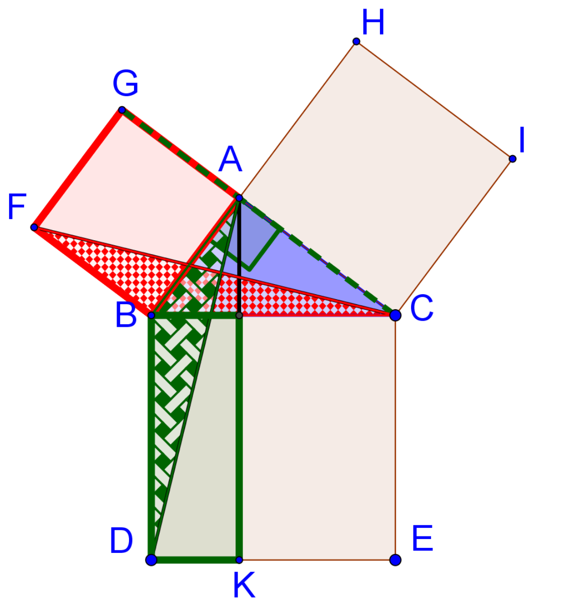
Da vinkel *BAG* er ret ifølge Definition 22 (på et kvadrat), er vinkel *GAC* lig med summen af to rette og derfor ligger *AG* i forlængelse af *AC* ifølge Sætning 14.



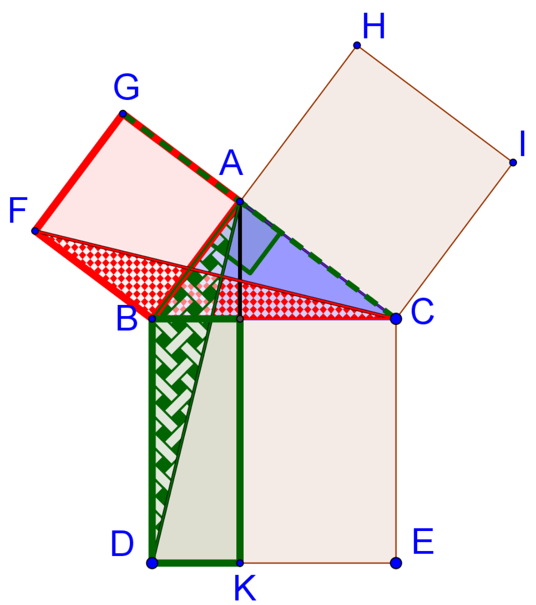
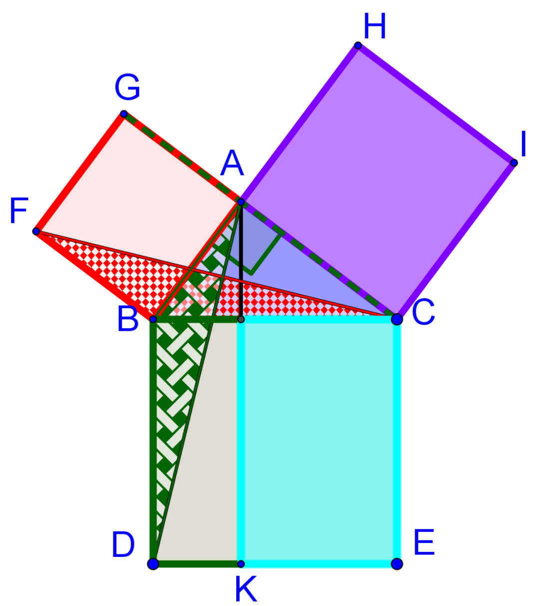
Da både vinkel *FBA* og vinkel *DBC* er rette (fordi de er vinkler i kvadrater) og fordi alle rette vinkler er lige store (ifølge Forudsætning 4) fås ved at addere vinkel *ABC* til både den ene og den anden to lige store vinkler: *FBC* og ***DBA*** (ifølge Almindelige Begreber 2.



Ifølge Sætning 4 er den grønne trekant og den røde trekant kongruente *FB*=*BA* og *BC*=*BD* (Se Definition 22) og de mellemliggende vinkler er ens.



Den grønne firkant har et dobbelt så stort areal som den grønne trekant fordi de har fælles grundlinje (*BD*) og ligger mellem samme parallelle linjer. (Se Sætning 41.)

	
Tilsvarende gælder for de røde figurer, idet vi for længe siden viste, at *GAC* er én ret linje. Og at vi uden nærmere bevis går ud fra, at kvadratets modstående sider er parallelle. (Følger dog af Sætning 28.) Heraf følger, at den røde firkant og den grønne firkant har samme arealer.	På samme måde kan det vises, at det violette kvadrat og det turkise rektangel har samme areal. Ifølge Almindelige Begreber 2 fås at summen af rektanglernes arealer (dvs. kvadratet på hypotenusen) er lig med summen af kateternes kvadrater.