

# Barcelona

Elevopgaver (Matematik mv.)

Ib Michelsen



Ikast 2014

2-5. marts 2014

Version 1.0

## Indholdsfortegnelse

|                                 |    |
|---------------------------------|----|
| Indholdsfortegnelse.....        | 3  |
| Indledning.....                 | 4  |
| Hyperbolske funktioner.....     | 5  |
| Buer i Barcelona.....           | 6  |
| Jordens opmåling.....           | 7  |
| Santa Maria del Mar .....       | 8  |
| Magiske kvadrater.....          | 9  |
| Taget på Skolen.....            | 10 |
| Søjlerne i Sagrada Familia..... | 11 |
| Bænken i Parc Güell.....        | 12 |
| Casa Milas parketgolv.....      | 12 |
| Hyperbolske paraboloider.....   | 13 |
| Stikordsregister.....           | 15 |

## Indledning

I denne samling af opgaver skal et par opgaver løses af alle, så vi har en fælles baggrundsviden. De øvrige opgaver løses af grupper (i størrelsen fra 2 til 4 elever.)

Besvarelsen af de øvrige opgaver består i:

- at levere et foredrag med matematisk indhold, men gerne tilføjet historisk synsvinkel, anekdoter og andet relevant
  - dertil udarbejdes manuskript
  - evt. handouts, plancher, opgaver
- en skriftlig besvarelse som gruppeaflevering (som gruppens del af en temarapport om Barcelona; dvs. en afleveringsopgave med et rimeligt elevtimetal)
  - I denne fokuseres på det matematiske indhold / beskrivelse
  - Benyt citater og kilder som i SRO
  - Undtagelsesvis afleveres denne besvarelse ikke som pdf-fil, men som Word-fil.

På den hemmelige adresse <http://mimimi.dk/BCN/Ivan> kan du finde en række private notater, som kan være en hjælp til at besvare nogle af opgaverne.

Opgaverne er bestemt ikke lige nemme – og nogle kan være forfejlede. Jeg har ikke afprøvet dem før og har heller ikke haft tid til at løse alle. Så hvis nogen går helt istå, tager vi det op til diskussion, om opgaven er dum, urimelig eller hvad den skal kaldes. Det forudsætter dog, at gruppen har lavet et ordentligt forarbejde og skriftligt (grundigt) beskriver, hvad de har gjort.

God arbejdslyst

Ib Michelsen

## Hyperbolske funktioner

Introduktion (alle)

1. Definitioner

$$1. \cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$2. \sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

2. Bestem definitionsmængderne (størst muligt)

3. Definitioner

1. En lige funktion er en funktion, hvorom der gælder:  $f(x) = f(-x)$

2. En ulige funktion er en funktion, hvorom der gælder:  $f(x) = -f(-x)$

4. Undersøg, hvad der gælder for de to hyperbolske funktioner. Find andre eksempler på både lige og ulige funktioner.

5. Beregn  $\cosh(0)$  og  $\sinh(0)$

6. Løs ligningerne

$$\cosh(x) = 0$$

$$1. \sinh(x) = 0$$

1. Kan du gøre det uden hjælpemidler?

7. Beskriv funktionerne

$$f(x) = a \cdot \cosh(x)$$

$$1. f(x) = a \cdot \sinh(x)$$

2. Hvilken betydning har  $a$ ?

3. Beregn i begge tilfælde  $f'(x)$  og  $f''(x)$

8. Lad  $P(x, y) = (a \cdot \cosh(t), b \cdot \cosh(t))$

$$1. \text{Vis så, at } \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

9. Eftervis nedenstående additionsformler er rigtige:

$$1. \cosh(x+y) = \cosh(x) \cdot \cosh(y) + \sinh(x) \cdot \sinh(y)$$

$$2. \sinh(x+y) = \sinh(x) \cdot \cosh(y) + \cosh(x) \cdot \sinh(y)$$

10. Indtegn funktionerne  $f(x) = \cosh(x)$  og  $f(x) = x^2 + 1$  i samme koordinatsystem og kommenter ligheder og forskelle. (Benyt GeoGebra)

## Buer i Barcelona

(Opgave alle løser)

- Undersøg med fotografi og GeoGebra buer i loftsetagen og på taget i Casa Mila, i Sagrada Familia, i Park Güell – ja overalt. Senest ved hjemkomsten finder du ud af præcis hvilken type bue det er. (Parabel, kædelinje, sinuskurve eller andet?)



## Jordens opmåling

(Borgen på Mont Juïc)

I begyndelsen af 1800-tallet sluttede et vigtigt forsøg på at beregne jordens størrelse i Barcelona.

- Redegør for
  - historien og
  - teknikken
  - formålet
- Sammenlign opmålingen med tidligere forsøg (Eratostenes) og Struves triangelkjede.

Stikord, der evt kan benyttes: Oplysningstid, videnskabelighed, systematisering, Napoleon, verdensbillede, triangulering i Danmark, Thomas Bugge, Rømer. Unesco.

## Santa Maria del Mar <sup>1</sup>

Find matematikken i kirken. For grundplan og buer. Benyt kort og fotos, bøger og links til at kunne beskrive kirken – også med geometri. Du skal nok også have en lille historisk vinkel og overvejelser om byggeteknik.

Du kan blandt andet benytte disse links, men få endvidere hjælp fra Simon:

<http://www.sacred-destinations.com/spain/barcelona-santa-maria-del-mar>

[http://www.kubic.cat/kc/full\\_screen/fotografia-virtual-barcelona-14.html](http://www.kubic.cat/kc/full_screen/fotografia-virtual-barcelona-14.html) (virtuel rundtur)

<http://www.itineraplus.com/en>



1 Læs [Ildefonso Falcones "Havets Katedral"](#)

## Magiske kvadrater

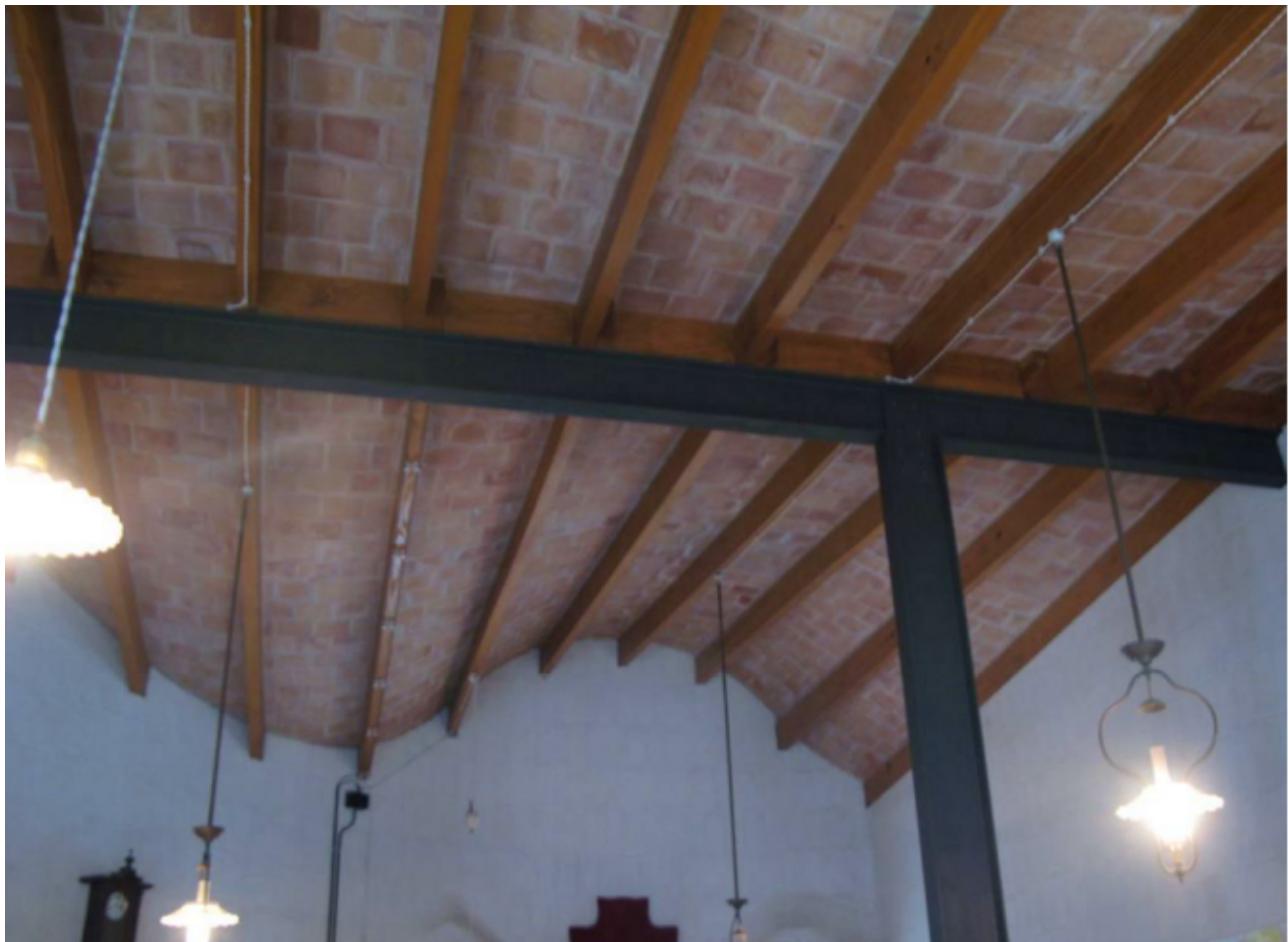
(La Sagrada familia)



- Beskriv magiske kvadrater og specielt ovenstående
- Konstruer begyndelsen til et (nyt 4x4) magisk kvadrat – som alle så kan prøve at færdiggøre

## Taget på Skolen

Fortæl om konstruktionen af taget (geometrisk). Vær omhyggelig med at forklare, hvad "frembringere" er – og de konstruktionstekniske fordele ved dem.



## Søjlerne i Sagrada Familia

Beskriv søjlerne i kirken fx med udgangspunkt i dette link:

[http://www.sagradafamilia.cat/sf-eng/docs\\_instit/geometria1.php](http://www.sagradafamilia.cat/sf-eng/docs_instit/geometria1.php)

Det vil være rimeligt både at tale om geometri, men også om symbolik.



*Columna de 10-12 elementos*

## Bænken i Parc Güell



- Fortæl om bænkens geometri og konstruktion

## Casa Milas parketgulv

- Fortæl alt hvad du ved om dette gulvmønster og de figurer, der kan ses.
- Omtal regulære polygoner, vinkelberegninger.
- Hvilke figurer kan dannes og hvilke er umulige at danne



## Hyperbolske paraboloider

(Kryptkirken)

- Konstruer en hyperbolsk paraboloide med en kvadratisk træramme og elastikker.
- Vip to hjørner op, så I får en vindskæv firkant - og en hyperbolsk paraboloide.
- Tegn også disse i GeoGebra3D og undersøg ligningen for h.p.



Type 1



Links vedrørende *Colònia Güell*:

- <http://virtualcoloniaguell.com/> (virtuelt besøg i kirken)
- <http://www.elbaixllobregat.net/coloniaguell/english/historia.asp> (historie om by og kirke)
- [http://www.coloniaguellbarcelona.com/web\\_ing/index.htm](http://www.coloniaguellbarcelona.com/web_ing/index.htm) (info)
- <http://www.elbaixllobregat.net/coloniaguell/english/historia.asp> (historie om by og kirke)
- [http://www.coloniaguellbarcelona.com/web\\_ing/index.htm](http://www.coloniaguellbarcelona.com/web_ing/index.htm) (info)

**Netsteder om andengradsflader:**

Sammenfattende

<http://planetmath.org/encyclopedia/QuadraticSurfaces.html>

Hyperbolsk paraboloide

- 1) <http://mathworld.wolfram.com/HyperbolicParaboloid.html>
- 2) <http://www.math.umn.edu/~rogness/quadratics/hypparab.shtml>

Omdrejningsparaboloide

- 1) <http://mathworld.wolfram.com/Paraboloid.html>

Elliptisk paraboloide

- 1) <http://mathworld.wolfram.com/EllipticParaboloid.html>
- 2) <http://www.math.umn.edu/~rogness/quadratics/ellparab.shtml>

Hyperboloide

- 1) <http://mathworld.wolfram.com/Hyperboloid.html>
- 2) <http://mathworld.wolfram.com/EllipticHyperboloid.html>
- 3) <http://www.math.umn.edu/~rogness/quadratics/hyper1.shtml>

Ellipsoide

- 1) <http://mathworld.wolfram.com/Ellipsoid.html>
- 2) <http://www.math.umn.edu/~rogness/quadratics/ellipsoid.shtml>

Andre flader relevante for Gaudí's arkitektur

Konoide

- 1) <http://mathworld.wolfram.com/RightConoid.html>

## Stikordsregister

|                             |    |                              |    |
|-----------------------------|----|------------------------------|----|
| Eratostenes.....            | 7  | Rømer.....                   | 7  |
| hyperbolsk paraboloide..... | 13 | Struve.....                  | 7  |
| magiske kvadrater.....      | 9  | Thomas Bugge.....            | 7  |
| Napoleon.....               | 7  | triangulering i Danmark..... | 7  |
| Oplysningstid.....          | 7  | verdensbilleder.....         | 7  |
| regulære polygoner.....     | 12 | vindskæv firkant.....        | 13 |